

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ».

Физический факультет

Кафедра общей физики

Роговешко Владислав Маратович

КУРСОВАЯ РАБОТА

Изучение распределения магнитного поля в «толстом» соленоиде

Электромагнитный практикум, 2 курс, группа №18312

Научный руководитель:

Оценка научного руководителя

«_____» _____ 20__ г.

Преподаватель практикума:

Оценка преподавателя практикума

«_____» _____ 20__ г.

Куратор практикума:

Итоговая оценка

«_____» _____ 20__ г.

Рекомендуется к публикации в сборнике избранных курсовых работ

Научный руководитель

Преподаватель практикума

Аннотация

Целью работы являлось изучение магнитного поля на оси соленоида с обмоткой, толщина которой сопоставима с его длиной, а так же сравнение распределения поля в таких «толстых» соленоидах с распределением в обычных, «тонких» соленоидах. Для получения распределения поля был изготовлен и откалиброван индуктивный зонд, так же была собрана установка, позволяющая зондировать «толстый» соленоид вдоль собственной оси. Разработана и проверена теория распределения для подобных соленоидов. Получены и переведены в единицы напряженности поля значения ЭДС зонда с шагом в миллиметр, на основании этих данных построены кривые распределения поля. Результаты хорошо согласуются с теорией для «толстого» соленоида, имеются небольшие расхождения с теорией для «тонкого» соленоида.

Ключевые слова: магнитное поле, соленоид, распределенные токи, индуктивный зонд

Оглавление

Введение.....	4
Теоретическая часть.....	5
Общая теория.....	5
Теория для тонкого соленоида	5
Теория для толстого соленоида	7
Экспериментальная часть.....	9
Результаты.....	11
Список использованной литературы.....	12

Введение

Создание магнитных полей в наши дни является весьма актуальной задачей. Так, магнитные поля в последнее время используются не только для научных исследований, но и для решения ряда важных технических задач, например, при использовании ядерно-магнитного резонанса. В электрических цепях в качестве источников магнитного поля очень часто используются соленоиды различных видов, в том числе и соленоиды с толстой намоткой. На практике важную роль играет распределение поля от индуктивной катушки, например, при индуктивной связи двух электрических цепей. Данная работа посвящена изучению распределения магнитного поля вдоль оси катушки с «толстой» обмоткой, что означает, что толщина обмотки сопоставима с длиной катушки. В дополнение, в работе приводится сравнение распределения поля в тонком соленоиде с распределением в толстом соленоиде.

Для достижения цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Ознакомиться с методами детектирования магнитного поля
2. Собрать экспериментальную установку
3. Провести калибровку индуктивного зонда
4. Провести измерения поля
5. Сопоставить полученные в ходе эксперимента данные с теоретическими

Теоретическая часть

Общая теория

Магнитное поле – часть электромагнитного поля, обусловленная движением зарядов. Магнитное поле выявляется по оказываемому им силовому воздействию на движущиеся относительно него заряженные частицы, направленному ортогонально к направлению движения частиц и пропорциональному их скорости.

Электрическим током называют явления движения заряженных частиц. Он является источником магнитного поля.

Магнитное поле, создаваемое электрическим током, определяется по закону Био-Савара-Лапласа [1]. Пусть постоянный ток I течет по контуру (проводнику) γ , находящемуся в вакууме, r_0 - точка, в которой ищется поле, тогда индукция магнитного поля в этой точке выражается интегралом:

$$\vec{B}(r_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\gamma} \frac{I[d\vec{r} \times (\vec{r}_0 - \vec{r})]}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3}, \quad (1)$$

где μ_0 - магнитная постоянная. Для случая, когда источником магнитного поля являются распределённые токи, характеризующиеся полем вектора плотности тока j , формула закона Био — Савара принимает вид:

$$\vec{B}(r_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{[j \times (\vec{r}_0 - \vec{r})]}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} dV, \quad (2)$$

Магнитное поле H и индукция магнитного поля B в среде связана соотношением $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, где μ в вакууме равна 1.

Теория для тонкого соленоида

Представим тонкий соленоид цилиндрическим листом, несущим ток ωI , где I - ток в витках соленоида, ω - число витков. Рассмотрим распределение магнитного поля от тонкого соленоида вдоль его оси (Рис 1).

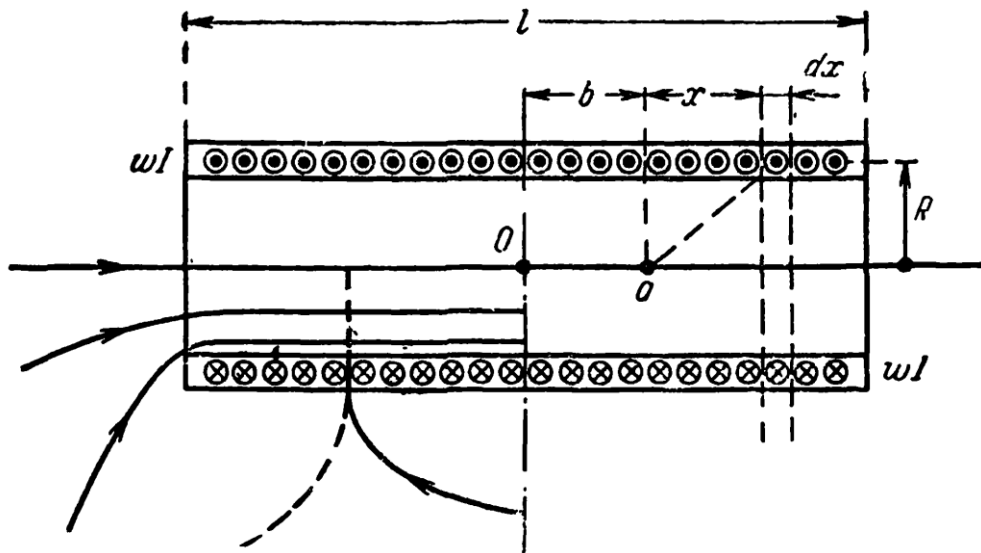


Рис. 1. «Тонкий» соленоид в разрезе (рисунок из [2, стр. 208]).

Кольцевой ток $\frac{\omega I}{l} dx$, протекающий в элементе dx соленоида, по формуле (1) определяет в точке a , находящейся на расстоянии b от центра соленоида, элементарную напряженность поля, равную уравнению

$$dH_z = \frac{\omega I R^2}{2l} \frac{dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}, \quad (3)$$

Напряженность поля в точке a будет интегралом этого выражения, взятым по всей длине соленоида в пределах от $x = -(\frac{l}{2} + b)$ до $x = (\frac{l}{2} - b)$. В итоге для распределения магнитного поля в тонком соленоиде получается выражение:

$$H_z = \frac{\omega I}{2l} \left[\frac{\frac{l}{2} - b}{\sqrt{R^2 + (\frac{l}{2} - b)^2}} + \frac{\frac{l}{2} + b}{\sqrt{R^2 + (\frac{l}{2} + b)^2}} \right], \quad (4)$$

Где ω - количество витков в соленоиде, I - ток в витках соленоида, l - длина соленоида, R - радиус соленоида, b - расстояние от центра до точки на оси соленоида, в которой мы определяем поле. В частности, при $b = 0$:

$$H_z = \frac{\omega I}{l} \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{2R}{l})^2}},$$

Так же, из формулы (4) следует, что $H_z(0) = 2H_z(\frac{l}{2})$, то есть значение поля в центре тонкого соленоида в два раза больше значения поля по его краям.

Теория для толстого соленоида

Теперь рассмотрим соленоид с «толстой» намоткой (Рис.2).

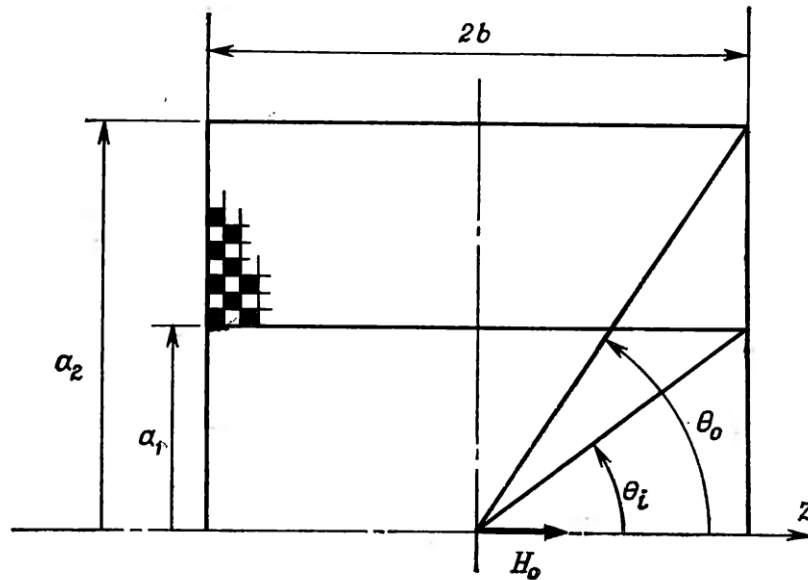


Рис. 2. «Толстый соленоид в разрезе» (рисунок из [3, стр. 25]).

Представим ток, текущий по виткам соленоида, через распределенную по намотке постоянную плотность тока j , $I\omega = jS = j2b(a_2 - a_1)$, откуда $j = \frac{I\omega}{2b(a_2 - a_1)}$, где I - ток через витки соленоида, ω - кол-во витков. Закон Био – Савара - Лапласа для распределенных в пространстве токов по формуле (2) будет иметь вид:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int_{a_1}^{a_2} \int_0^{2\pi} \int_{-b}^b \frac{[\vec{j} \times (\vec{z} - \vec{r})]}{|\vec{z} - \vec{r}|^{3/2}} a dz d\alpha da, \quad (5)$$

Из рисунка видно, что $\vec{j} \perp (\vec{z} - \vec{r})$. Так же, в силу аксиальной симметрии, поле будет направлено вдоль оси соленоида, поэтому можно проинтегрировать проекцию поля на ось. Тогда для этой проекции поля подынтегральная функция будет иметь вид $\frac{[\vec{j} \times (\vec{z} - \vec{r})]}{|\vec{z} - \vec{r}|^{3/2}} = \frac{j}{|\vec{z} - \vec{r}|^{1/2}} \cos \theta$, где

$\cos \theta = \frac{a}{|\vec{z} - \vec{r}|}$. В конечном счете, с учетом того, что $|\vec{z} - \vec{r}| = \sqrt{(z - z')^2 + a^2}$

интеграл будет иметь вид :

$$H_z = \frac{I\omega}{4b(a_2 - a_1)} \int_{a_1}^{a_2} \int_{-b}^b \frac{a^2}{|(z - z')^2 + a^2|^{3/2}} dz' da, \quad (6)$$

Данный интеграл не выражается через элементарные функции, но его можно вычислить с помощью численного интегрирования.

Экспериментальная часть

Схема установки приведена на Рис. 3.

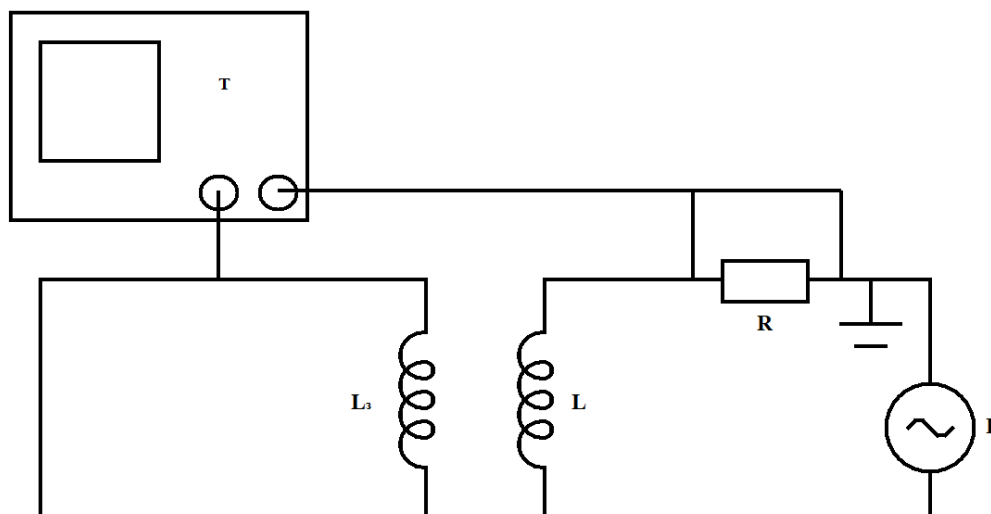


Рис. 3. Экспериментальная установка. R – резистор 50 Ом, L – основной соленоид, L_3 – зонд, E – источник переменного напряжения ГЗ – 118, Т – цифровой осциллограф Tektronix TDS – 2002B.

В работе использовался низкочастотный генератор напряжения ГЗ – 118, сигнал с катушек поступал на осциллограф Tektronix TDS – 2002B.

Основной соленоид имеет длину 40 мм, внутренний и внешний диаметры 35,8 и 43,3 мм соответственно (Рис. 2). Обмотка соленоида состоит из одножильного медного провода радиусом 0,25 мм без изоляции и 0,35 мм с изоляцией. Из-за большого числа витков в соленоиде их количество определялось с помощью программы Coil32 на основе измерений индуктивности. Также с использованием измерителя импедансов Е7 – 22 было замерено активное сопротивление и индуктивность катушки – 48,1 Ом и 28,8 мГн соответственно. Программа Coil32, получив на вход геометрические параметры катушки и её индуктивность, показала ориентировочное количество витков в катушке $N = 1100 \pm 90$.

В процессе эксперимента зонд перемещался вдоль оси соленоида с шагом в 1 миллиметр. После каждого перемещения зонда снимались показания осциллографа – ЭДС, наводимую изменением потока магнитного поля через зонд. В качестве индуктивного зонда использовался стержень, на конце

которого была размещена тонкая кольцевая катушка с обмоткой, имеющей диаметр 6 мм и 50 витков. Калибровка зонда проводилась на обычном «тонком» соленоиде при частоте 50 кГц, коэффициент перевода из милливольт в Гауссы $k = 0,01 \frac{Gs}{mV}$. Так же в схему включен резистор с сопротивлением 50 Ом, на котором регистрируется напряжение и вычисляется ток в катушке.

Результаты

Результаты измерений представлены на графиках (Рис.4, Рис.5). Для удобства единиц напряженности магнитного поля был выбран Гаусс. Измерения проводились на частоте 50 кГц, ток, протекающий через катушку, составил 1,3 мА. Графики построены с помощью программы Origin. В ходе эксперимента были получены значения ЭДС на зонде при его перемещении внутри основного соленоида с шагом в 1 миллиметр, затем они были переведены в Гауссы с помощью калибровочного коэффициента.

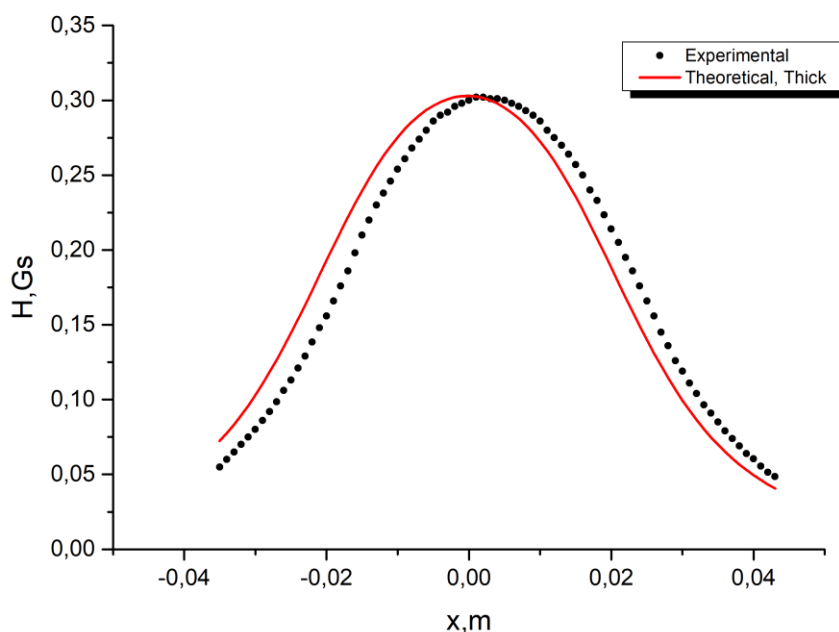


Рис.4. График зависимости аксиальной компоненты магнитного поля внутри толстого соленоида от координаты. Красная линия — теоретическая кривая для толстого соленоида, черные точки — экспериментальные данные.

На Рис.4 показаны теоретическая и экспериментальная кривые для толстого соленоида. Теоретическая кривая была получена из интеграла (6) методом численного интегрирования в Python (Прил. 1). Как видно из графика, полученные в ходе эксперимента данные очень хорошо согласуются с теорией для толстого соленоида. Сдвиг центра «горба» на 2 - 3 миллиметра можно объяснить несоосностью катушки зонда и основного соленоида и

неточностью определения его центра – расположить соленоид строго вдоль оси довольно трудная техническая задача.

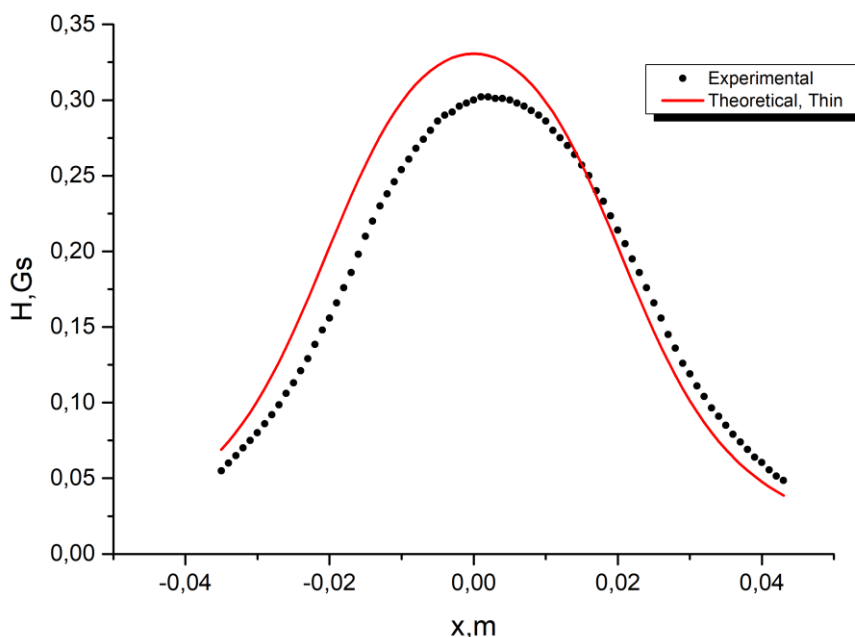


Рис.5. График зависимости аксиальной компоненты магнитного поля внутри толстого соленоида от координаты, сравниваемый с теоретическим графиком для тонкого соленоида. Красная линия – теоретическая кривая для тонкого соленоида, черные точки – экспериментальные данные.

На Рис.5 показаны теоретическая кривая для тонкого соленоида и экспериментальная кривая для толстого соленоида. Данный график показывает небольшие различия между экспериментальными данными и теорией для тонкого соленоида. В теоретической формуле распределения для тонкого соленоида (4) в качестве радиуса катушки был подставлен средний радиус толстого соленоида, число витков оставили неизменным. Пик «горба» теоретической кривой для тонкого соленоида превосходит пик от полученных данных на 15%. Сдвиг так же объясняется несоосностью зонда с соленоидом.

Итак, эксперимент показал справедливость формулы (6) для распределения поля вдоль оси толстого соленоида. Так же следует отметить, что теория для тонкого соленоида дает неплохое приближение распределения поля в толстом соленоиде с погрешностью порядка 15%. Это связано с тем, что

поле, создаваемое на оси соленоида электрическими токами, убывает с увеличением расстояния, а в толстом соленоиде большая часть обмотки располагается дальше среднего радиуса, поэтому она вносит меньший вклад в поле, чем витки тонкого соленоида, взятого со средним радиусом толстого. Приведенные графики показывают небольшое расхождение с теорией, связанное с техническими трудностями обеспечения точности измерений. Помимо несоосности зонда и соленоида следует отметить, что диаметр обмотки зонда сопоставим с внутренним радиусом основного соленоида, то есть измерение не является «точечным», что вносит вклад в погрешность за счет неоднородности магнитного поля вдоль радиуса.

Список использованной литературы

1. Свободная энциклопедия Википедия.
https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Био_—_Савара_—_Лапласа
2. В. А. Говорков. Электрические и магнитные поля. Издательство «Энергия» Москва, 1968 г.
3. Д. Монтгомери. Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов. Издательство «Мир». Москва, 1971 г.
4. В. И. Яковлев. Классическая электродинамика: Часть 1. Электричество и магнетизм. Институт компьютерных исследований. Ижевск, 2016

Приложения

1. Код Python, использованный для вычисления интеграла.

```
import sympy as sp
a=sp.Symbol('a')
a1=sp.Symbol('a1')
a2=sp.Symbol('a2')
aa1=1.79*0.01
aa2=2.15*0.01
bb=2*0.01
bbb=-0.02
b=sp.Symbol('b')
z=sp.Symbol('z')
d=0.00005
f=sp.sympify('a**2/(a**2+(z-b)**2)**(3/2)')
fa=0
while aa1<aa2:
    fa+=f.subs(a,aa1)*d
    aa1+=d
fab=0
d=0.0005
while bbb<bb:
    fab+=fa.subs(b,bbb)*d
    bbb+=d
for i in range(-35,44):
    print(fab.subs(z,i*0.001)*59)
```