

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ».

Физический факультет

Кафедра общей физики

Шерстюк Сергей Павлович

КУРСОВАЯ РАБОТА

Электростатический датчик положения пучка в ускорителе

Электромагнитный практикум, 2 курс, группа №18308

Научный руководитель:

в.н.с. ИЯФ СО РАН Переведенцев Е. А.

Оценка научного руководителя

«_____»_____2019г.

Преподаватель практикума

к.ф.-м.н. Харламов А. Г.

Оценка преподавателя практикума

«_____»_____2019г.

Куратор практикума:

к.ф.-м.н. Астрелин В. Т.

Итоговая оценка

«_____»_____2019г.

Рекомендуется к публикации в сборнике избранных курсовых работ

Научный руководитель

Преподаватель практикума

Куратор практикума

1 Введение

Электростатический датчик представляет из себя систему проводников, один из которых заземлён. Движущиеся заряды пучка индуцируют ток в цепи сигнальных (незаземлённых) проводников и на сопротивлении нагрузки возникает напряжение, называемое выходным сигналом пучка. Целью данной работы является рассмотрение принципов работы датчика и разработка алгоритмов расчёта координат пучка по данным калибровки сигналов датчиков.

2 Теоретическая часть

Поле ультрарелятивистского пучка двумерное и находится в плоскости, перпендикулярной направлению его движения. Поэтому проиллюстрируем принципы работы электростатического датчика несколькими плоскими задачами.

2.1 Пучок, как линейный заряд

Определим заряды, индуцируемые бесконечной заряженной нитью на поверхности заземлённого полого цилиндрического проводника (трубы). Для этого поместим заряженную нить-изображение таким образом, чтобы потенциал в точках проводника был постоянен.

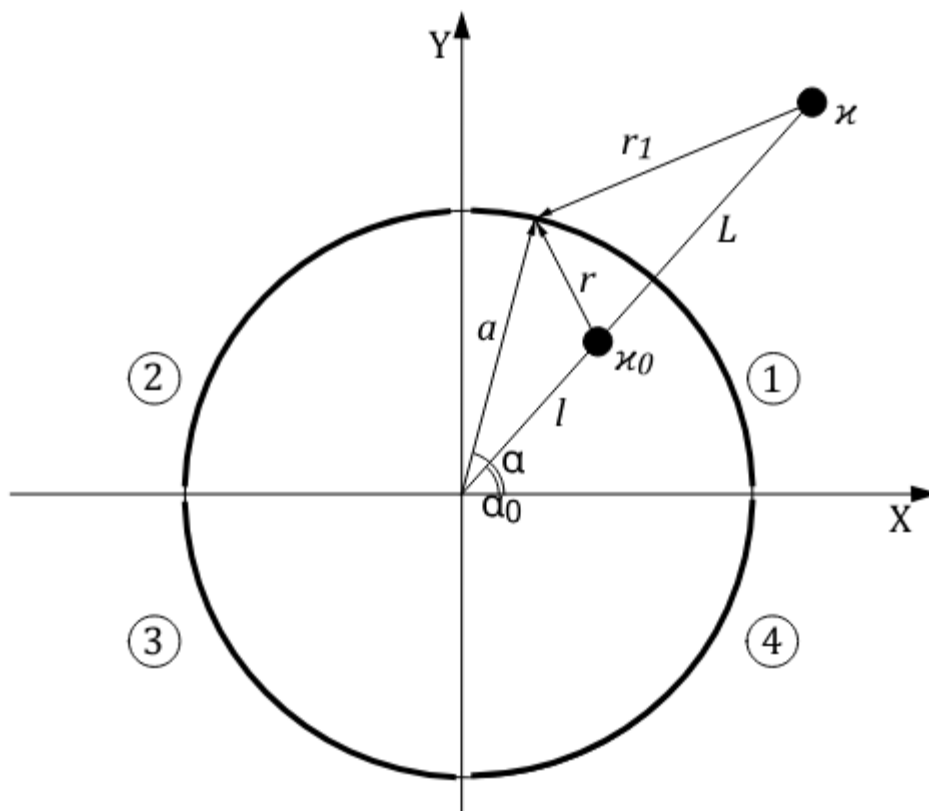


Рис.1 Нить и нить-изображение вблизи проводящей трубы

Заряд этой нити и расстояние от неё до оси цилиндра соответственно равны:

$$\kappa = \kappa_0$$

$$L = \frac{a^2}{l}$$

Найдём поверхностную плотность заряда σ как скачок нормальной компоненты электрического поля. Поле внутри трубы равно:

$$\vec{E} = \frac{2\kappa}{r^2} \vec{r} - \frac{2\kappa}{r^2} \vec{r}_1$$

Нормальной компонентой будет проекция $\vec{E}$ на радиус трубы. Проекция $\vec{r}$ и $\vec{r}_1$ на радиус:

$$\vec{r}_n = \vec{a} \left(1 - \frac{l \cos(\alpha - \alpha_0)}{a} \right)$$

$$\vec{r}_{1n} = \vec{a} \left(1 - \frac{L \cos(\alpha - \alpha_0)}{a} \right)$$

Тогда:

$$\vec{E}_n = \frac{2\kappa}{r^2} \left(1 - \frac{l^2}{a^2} \right) \vec{a}$$

Вне трубы поле равно нулю, следовательно $4\pi\sigma = E_n$.

$$\sigma(\alpha) = \frac{\kappa a \left(1 - \frac{l^2}{a^2} \right)}{2\pi(a^2 + l^2 - 2al \cos(\alpha - \alpha_0))}$$

Проинтегрировав данное выражение в пределах от β_1 до β_2 найдём линейную плотность заряда τ .

$$\tau = \frac{\kappa a \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{2} \right) \cdot \frac{a + l}{a - l} \right)}{\pi} \bigg|_{\beta_1}^{\beta_2}$$

Найдём обратное преобразование, разложив данную функцию в ряд Тейлора в окрестности точки $l = 0$:

$$\tau = \frac{\kappa a \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{2} \right) \right)}{\pi} + \frac{\kappa \sin(\alpha - \alpha_0)}{\pi a} l \bigg|_{\beta_1}^{\beta_2}$$

Заметим что, при $\beta_2 = \beta_1 + 2\pi$ τ будет равно полному заряду пучка и будет суммой зарядов на всех электродах:

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = \kappa$$

Где заряд на i -том электроде обозначен как τ_i .

Положив $\beta_2 = \beta_1 + \pi$ получим:

$$\tau = \frac{\kappa}{2} + \frac{2\kappa \sin(\alpha_0 - \beta_1)}{\pi a} l$$

Для $\beta_1 = 0$ и $\beta_1 = -\frac{\pi}{2}$ (заряды на 1, 2 и 1, 4 частях трубы) имеем систему уравнений:

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{\kappa}{2} + \frac{2\kappa \sin(\alpha_0)}{\pi a} l$$

$$\tau_1 + \tau_4 = \frac{\kappa}{2} + \frac{2\kappa \cos(\alpha_0)}{\pi a} l$$

Отсюда:

$$\alpha_0 = \arctg\left(\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 - \tau_4}{\tau_1 + \tau_4 - \tau_2 - \tau_3}\right)$$

$$l = \frac{\pi a}{2} \sqrt{\left(\frac{\tau_1 + \tau_4 - \tau_2 - \tau_3}{2(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4)}\right)^2 + \left(\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 - \tau_4}{2(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4)}\right)^2}$$

В декартовых координатах ($y = l \sin(\alpha_0)$, $x = l \cos(\alpha_0)$) координаты пучка будут:

$$x = \frac{\pi a}{4} \left(\frac{\tau_1 + \tau_4 - \tau_2 - \tau_3}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4}\right)$$

$$y = \frac{\pi a}{4} \left(\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 - \tau_4}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4}\right)$$

На рис. 2 видно, что при действии прямого и обратного преобразования на окружности их форма искажается, причём чем дальше от центра, там больше.

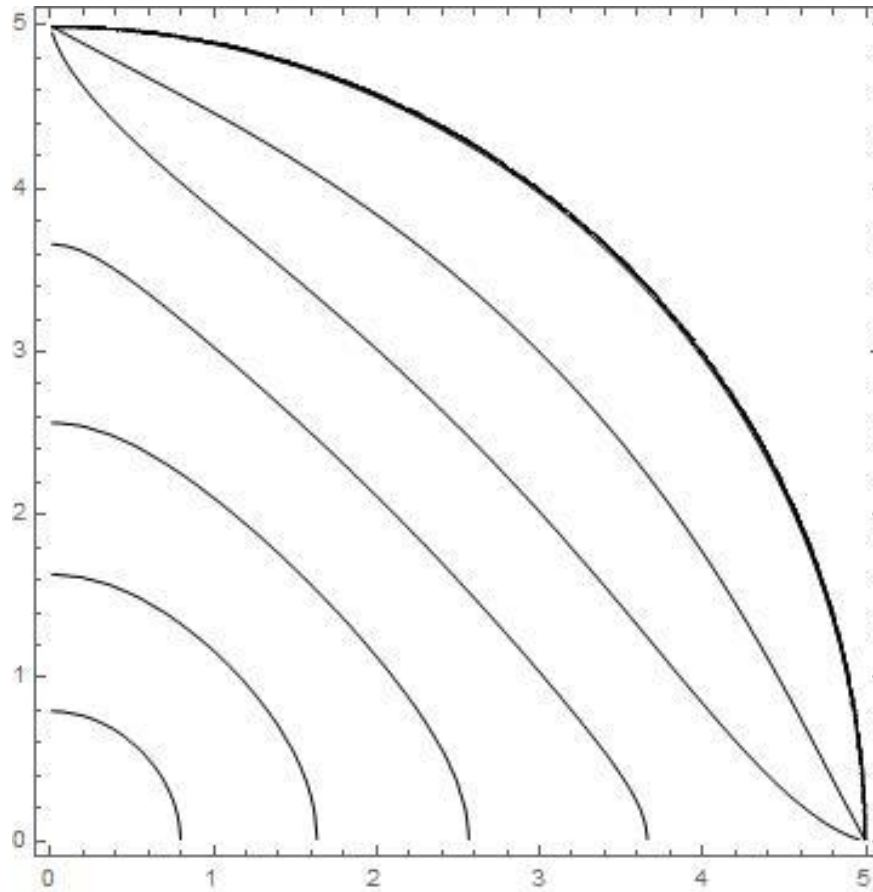


Рис.2 Окружности после обратного преобразования

2.2 Пучок, как сумма мультипольных моментов

Представим пучок цилиндром, заряженным зарядом ρ по объёму равномерно. Если он смещён относительно начала координат, то добавим в начало координат два цилиндра: один такой же, а другой противоположного знака. Первый индуцирует некоторый заряд, плотность которого не зависит от угла.

Этот заряд создаст потенциал:

$$\varphi(r) = 2\pi r_0^2 \rho \ln\left(\frac{r_0}{r}\right)$$

При этом полный заряд, индуцированный на поверхности имеет линейную плотность:

$$\tau_0 = \pi r_0^2 \rho$$

Второй же образует диполь вместе с пучком. При небольшом смещении центра заряда Δ относительно начала координат, представим данный диполь

тонким цилиндром, заряженным как $\sigma_0 \cos(\alpha - \alpha_0)$, где $\sigma_0 = \rho\Delta$. (См. рис. 3)

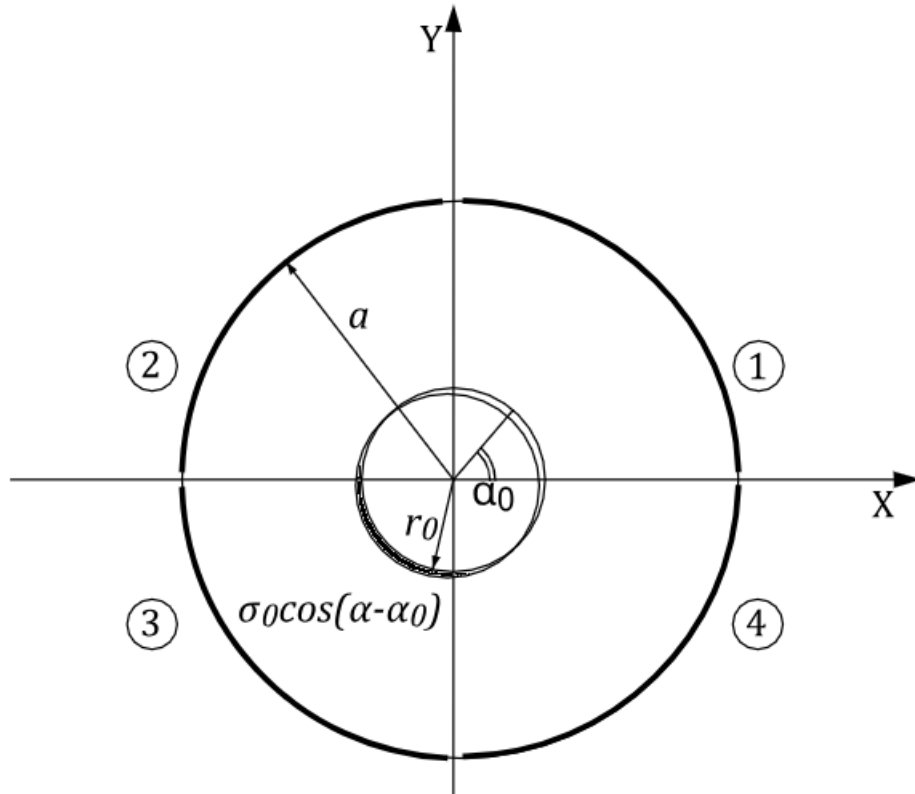


Рис. 3 Заряженный как $\cos(\alpha - \alpha_0)$ тонкий цилиндр внутри проводящего

При $\sigma = \sigma_0 \cos(\alpha - \alpha_0)$

$$\varphi(r, \alpha) = \begin{cases} 2\pi\sigma_0 r_0^2 \left(-\frac{r}{a^2} + \frac{1}{r} \right) \cos(\alpha - \alpha_0), & r > r_0 \\ 2\pi\sigma_0 \left(1 - \frac{r_0^2}{a^2} \right) r \cos(\alpha - \alpha_0), & r < r_0 \end{cases}$$

Поверхностная плотность заряда, индуцированного на поверхности трубы равна:

$$\kappa = \sigma_0 \frac{r_0^2}{a^2} \cos(\alpha - \alpha_0)$$

И линейная плотность в пределах от β_1 до β_2 будет:

$$\tau = \sigma_0 \frac{r_0^2}{a} (\sin(\beta_2 - \alpha_0) - \sin(\beta_1 - \alpha_0))$$

Заряды на первом и втором электродах будут:

$$\tau_1 = \sigma_0 \frac{r_0^2}{a} (\cos(\alpha_0) + \sin(\alpha_0))$$

$$\tau_2 = \sigma_0 \frac{r_0^2}{a} (\sin(\alpha_0) - \cos(\alpha_0))$$

Или:

$$\tau_1 = \Delta \frac{\rho r_0^2}{a} (\cos(\alpha_0) + \sin(\alpha_0))$$

$$\tau_2 = \Delta \frac{\rho r_0^2}{a} (\sin(\alpha_0) - \cos(\alpha_0))$$

Тогда:

$$\alpha_0 = \arctg\left(\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 - \tau_2}\right)$$

$$\Delta = \frac{\pi a}{2} \sqrt{\left(\frac{\tau_1}{\tau_0} - \frac{\tau_2}{\tau_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau_1}{\tau_0} + \frac{\tau_2}{\tau_0}\right)^2}$$

Где $\tau_0 = \pi r_0^2 \rho$ — линейная плотность заряда, индуцированная монополюсным членом.

Пусть пучок имеет форму овала и плотность заряда ρ . Добавим и отнимем пучок круглой формы, как и в случае, рассмотренном выше. Монополь индуцирует постоянную плотность заряда, а пучок-добавка с плотностью заряда $-\rho$ и оригинальный образуют квадруполь. Пусть $\sigma_0 = \rho \Delta_1$, где Δ_1 — отличие полуосей овала от окружности. Для небольших Δ_1 будем считать квадруполь тонким цилиндром, заряженным как $\sigma_0 \cos(2(\alpha - \alpha_0))$ (См. Рис. 4).

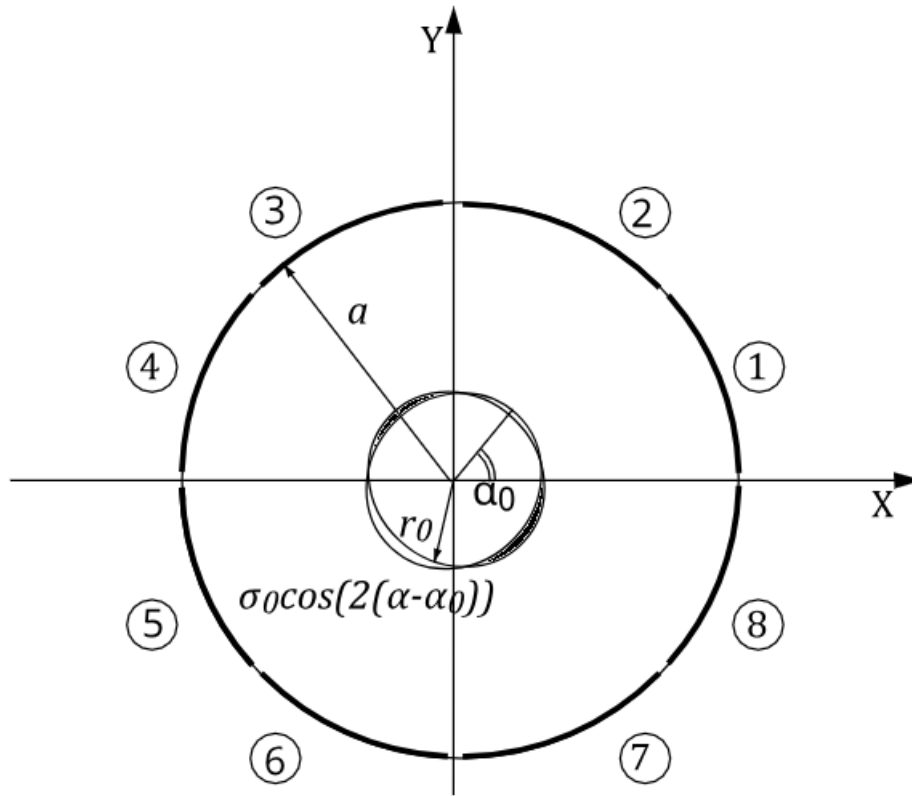


Рис. 4 Заряженный как $\cos(2(\alpha - \alpha_0))$ тонкий цилиндр внутри проводящего
При $\sigma = \sigma_0 \cos(2(\alpha - \alpha_0))$

$$\varphi(r, \alpha) = \begin{cases} \frac{4}{3} \pi \sigma_0 r_0^3 \left(-\frac{r^2}{a^4} + \frac{1}{r^2} \right) \cos(2(\alpha - \alpha_0)), & r > r_0 \\ \frac{4}{3} \pi \sigma_0 \left(\frac{1}{r_0} - \frac{r_0^3}{a^4} \right) r^2 \cos(2(\alpha - \alpha_0)), & r < r_0 \end{cases}$$

В данном случае поверхностная и линейная в пределах от β_1 до β_2 плотности заряда будут:

$$\kappa = \frac{4}{3} \sigma_0 \frac{r_0^3}{a^3} \cos(2(\alpha - \alpha_0))$$

$$\tau = \frac{2}{3} \sigma_0 \frac{r_0^2}{a} (\sin(2(\beta_2 - \alpha_0)) - \sin(2(\beta_1 - \alpha_0)))$$

Заряды на первом и втором электродах будут:

$$\tau_1 = \frac{2}{3} \sigma_0 \frac{r_0^2}{a} (\cos(2\alpha_0) + \sin(2\alpha_0))$$

$$\tau_2 = \frac{2}{3} \sigma_0 \frac{r_0^2}{a} (\sin(2\alpha_0) - \cos(2\alpha_0))$$

Или:

$$\tau_1 = \frac{2}{3}\Delta_1 \frac{\rho r_0^2}{a} (\cos(2\alpha_0) + \sin(2\alpha_0))$$

$$\tau_2 = \frac{2}{3}\Delta_1 \frac{\rho r_0^2}{a} (\sin(2\alpha_0) - \cos(2\alpha_0))$$

Тогда:

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 - \tau_2}\right)$$

$$\Delta_1 = \frac{3\pi a}{2} \sqrt{\left(\frac{\tau_1}{\tau_0} - \frac{\tau_2}{\tau_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau_1}{\tau_0} + \frac{\tau_2}{\tau_0}\right)^2}$$

2.3 Картина силовых линий поля

Для случаев зависимости как $\cos(\alpha)$ и $\cos(2\alpha)$ нарисует силовые линии. Так как вне зарядов дивергенция рассматриваемых полей равняется нулю, то можно ввести векторный потенциал. Пусть он имеет вид $(0; 0; A)$. Тогда поле: $(\frac{\partial A}{r\partial\alpha}; -\frac{\partial A}{\partial r}; 0)$. С другой стороны, поле потенциально и значит равно $(\frac{\partial\varphi}{\partial r}; \frac{\partial\varphi}{r\partial\alpha}; 0)$. Из чего следует, что

$$\frac{\partial A}{r\partial\alpha} = \frac{\partial\varphi}{\partial r} \text{ и } -\frac{\partial A}{\partial r} = \frac{\partial\varphi}{r\partial\alpha}$$

Уравнение силовой линии имеет вид:

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} \text{ или } \frac{\partial\varphi}{\partial y} dx - \frac{\partial\varphi}{\partial x} dy = 0 \quad (E_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x}, E_y = \frac{\partial\varphi}{\partial y})$$

В полярных координатах это имеет вид:

$$\frac{\partial\varphi}{r\partial\alpha} dr - \frac{\partial\varphi}{\partial r} r d\alpha = 0$$

Заменив частные производные от φ соответствующими от A , получим:

$$\frac{\partial A}{\partial r} dr + \frac{\partial A}{\partial\alpha} d\alpha = 0$$

Это уравнение в полных дифференциалах. Значит, выражения $A = \text{const}$ задают форму силовых линий данного поля.

Для случая $\sigma = \sigma_0 \cos(\alpha)$

$$A(r, \alpha) = \begin{cases} -2\pi\sigma_0 r_0^2 \left(\frac{r}{a^2} + \frac{1}{r} \right) \sin(\alpha), & r > r_0 \\ 2\pi\sigma_0 \left(1 - \frac{r_0^2}{a^2} \right) r \sin(\alpha), & r < r_0 \end{cases}$$

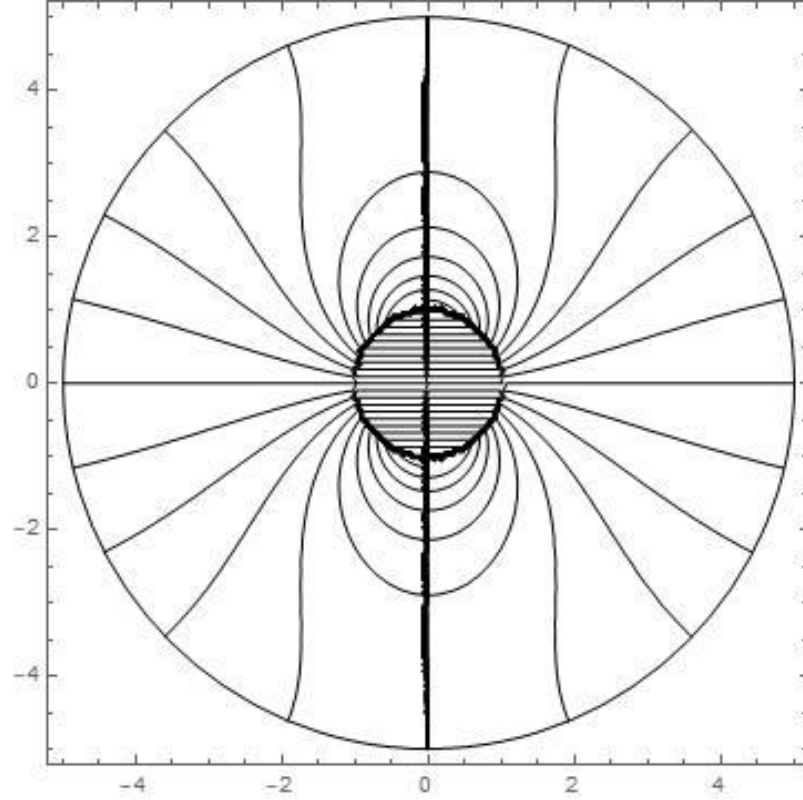


Рис. 5 силовые линии в случае угловой зависимости как $\cos(\alpha)$

Для случая $\sigma = \sigma_0 \cos(2\alpha)$

$$A(r, \alpha) = \begin{cases} -\frac{4}{3}\pi\sigma_0 r_0^3 \left(\frac{r^2}{a^4} + \frac{1}{r^2} \right) \sin(2\alpha), & r > r_0 \\ \frac{4}{3}\pi\sigma_0 \left(\frac{1}{r_0} - \frac{r_0^3}{a^4} \right) r^2 \sin(2\alpha), & r < r_0 \end{cases}$$

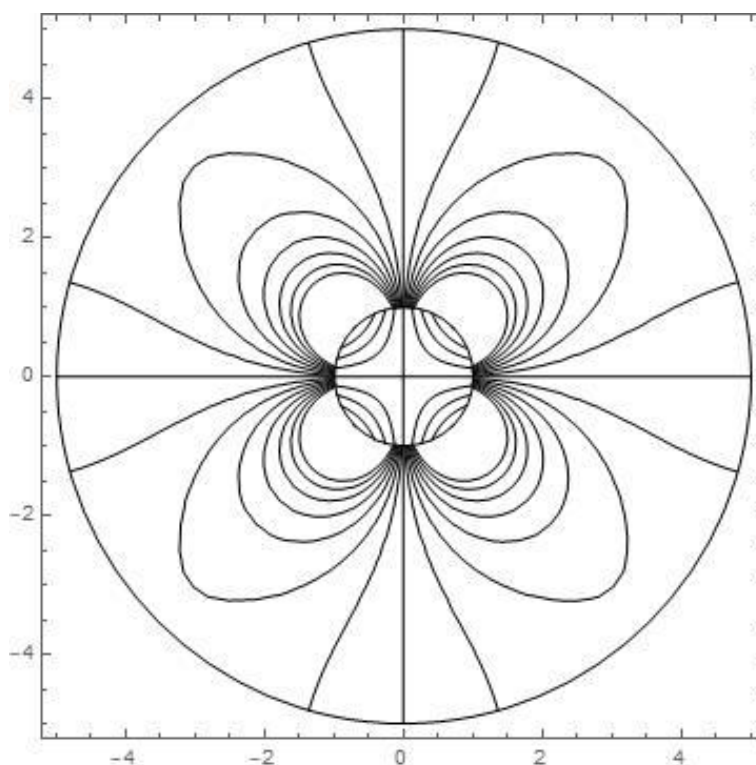


Рис. 6 Силовые линии в случае зависимости как $\cos(2\alpha)$

2.4 Выводы

Датчик с четырьмя электродами способен измерять положение центра заряда или двумерный дипольный момент пучка. Нелинейность отклонений растёт с величиной отклонения.

Датчик с восемью электродами может быть использован для измерения квадрупольного момента пучка.

3 Обработка карты сигнала

Карта наведенных от антенны сигналов на четырех электродах датчика положения пучка снимается на стенде. Схема которого приведена на рис. 7, а общий вид на рис. 8.

Штыревая антенна установлена вертикально на горизонтальной подвижной платформе (ПП), закрепленной на координатном механизме перемещений "Y", а тот, в свою очередь, крепится к механизму перемещений "X". Оба механизма приводятся в движение шаговыми двигателями (ШД), их текущие положения измеряются датчиками положений (ДП). Четыре соответствующих контроллера осуществляют управление и измерение координат от компьютера.

Антенна запитывается стабилизированным синусоидальным током на частоте 3 МГц.

С четырех электродов А, В, С и D сигналы заводятся в электронный блок стенда для усиления и оцифровки и высылаются для записи в компьютер.

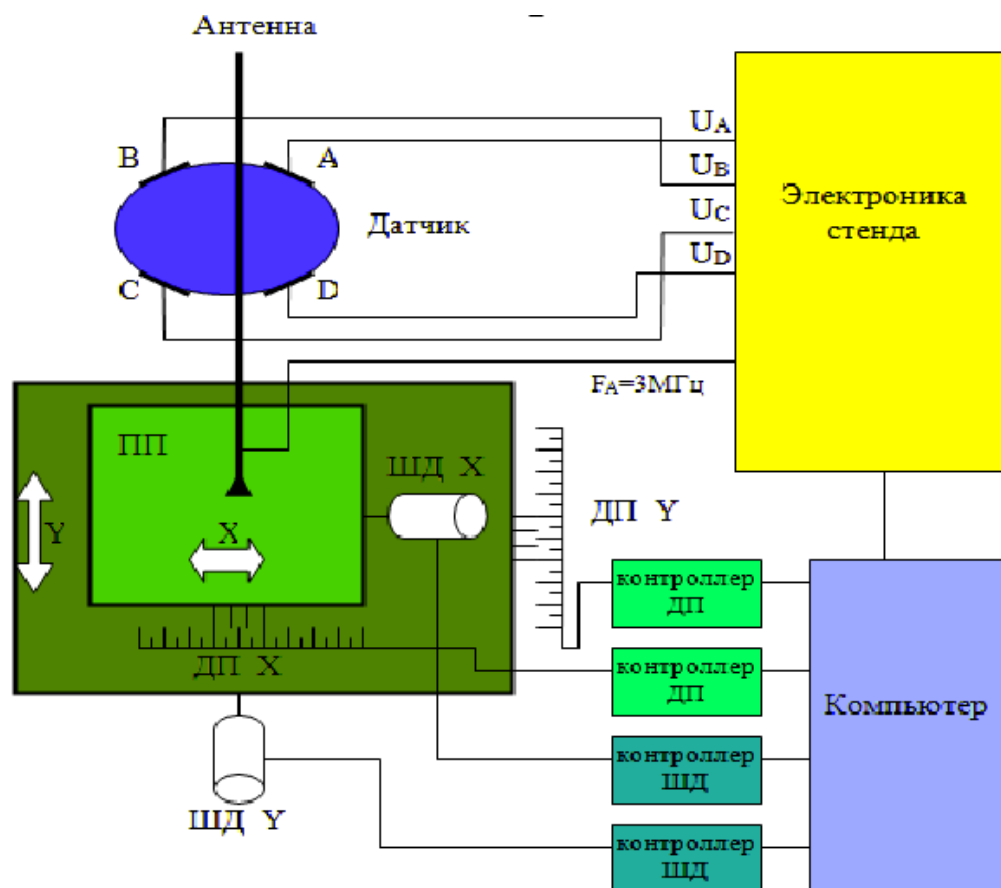


Рис. 7 Блок-схема измерительного стенда

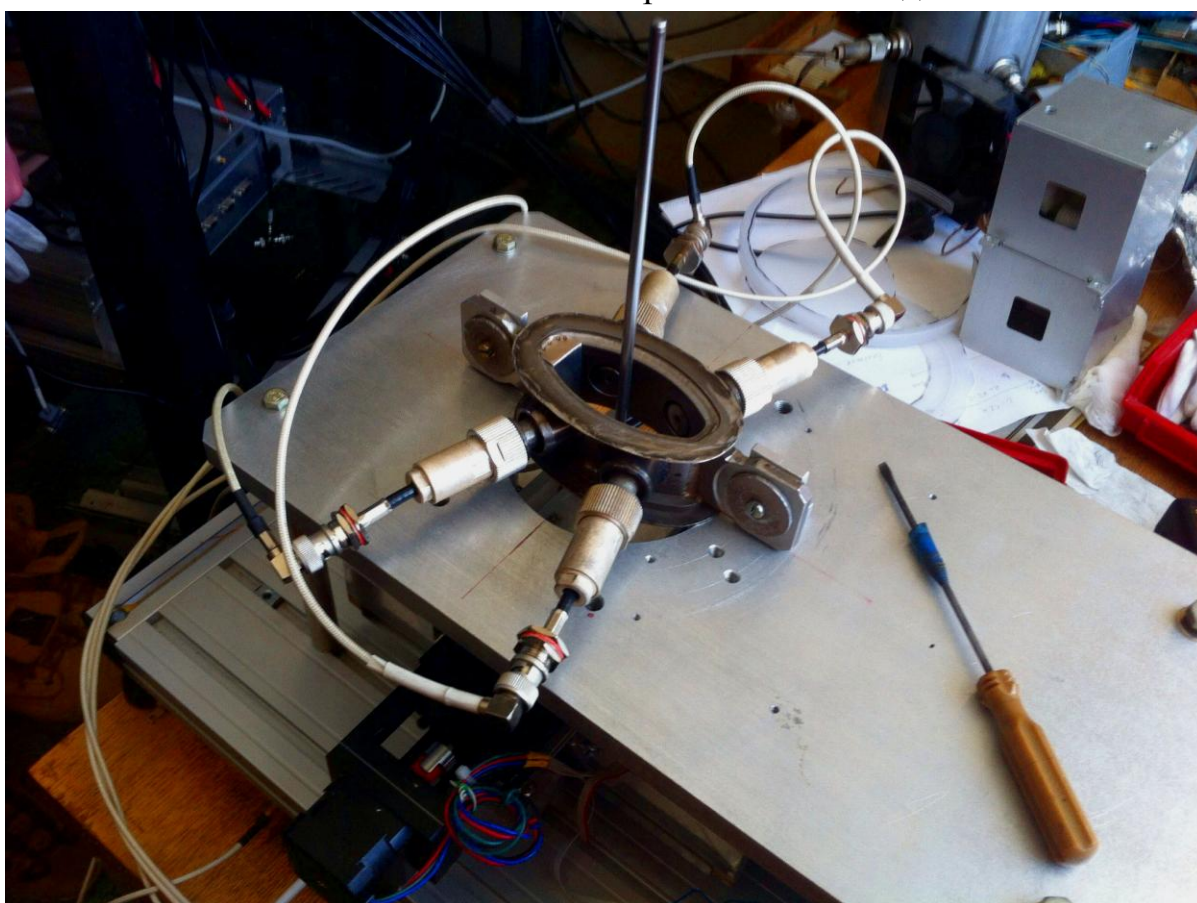


Рис. 8 Общий вид измерительного стенда

По измеренной карте координатной зависимости с четырёх электродов построим обратные функции для электростатического датчика положения пучка в накопителе БЭП. Пусть координаты антенны (x, y), эти точки отложены на рис. 9. Построим вспомогательные функции по аналогии с координатами пучка, рассмотренными в п. 2.1 при представлении пучка линейным зарядом:

$$X = \frac{U_A + U_D - U_B - U_C}{U_A + U_B + U_C + U_D}$$

$$Y = \frac{U_A + U_B - U_C - U_D}{U_A + U_B + U_C + U_D}$$

График точек с координатами (X, Y) представлен на рис. 10. Все расстояния измеряются в миллиметрах.

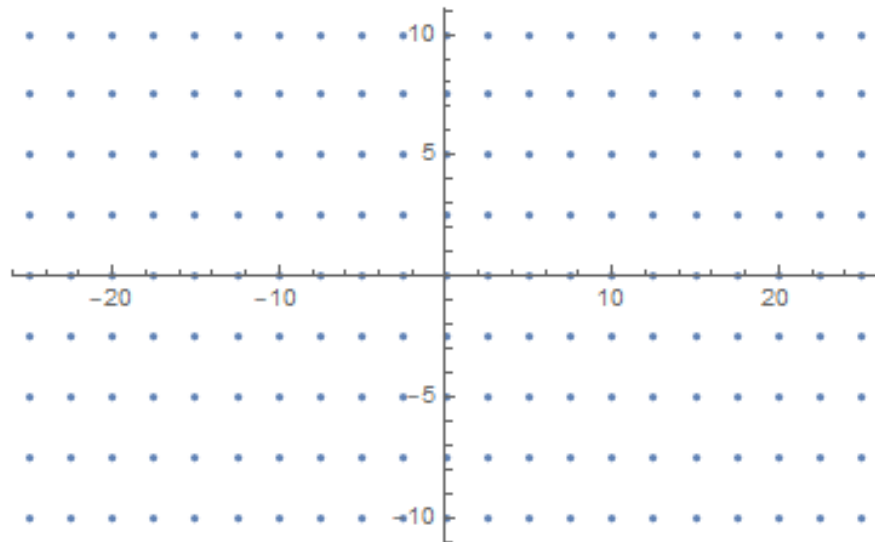


Рис. 9 Вид координатной сетки — положений антенны

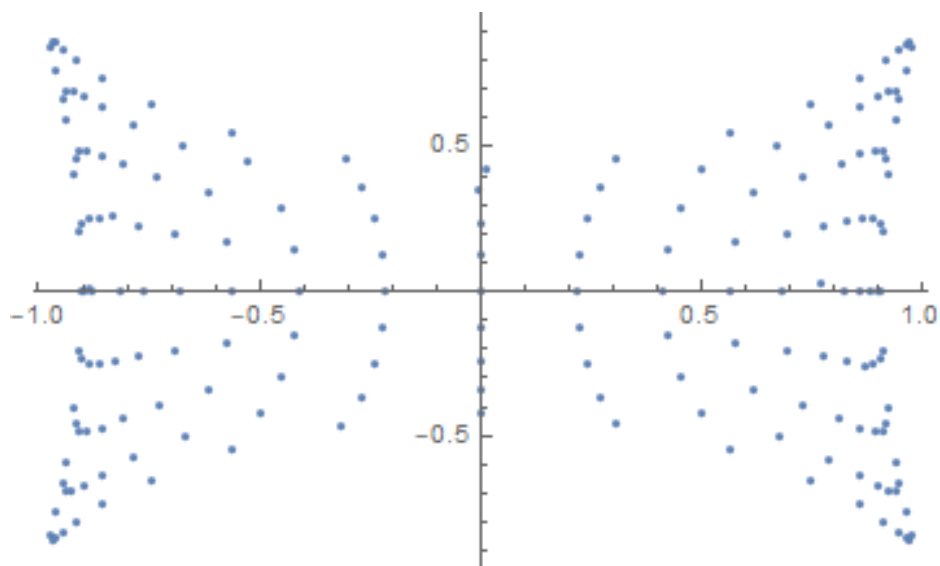


Рис. 10 Точки с координатами (X, Y) — преобразования координатной сетки

Далее зависимости $x(X, Y)$ и $y(X, Y)$ аппроксимируются полиномами третьей степени. При построении зависимости по всем точкам искажение является весьма большим (см рис. 11)

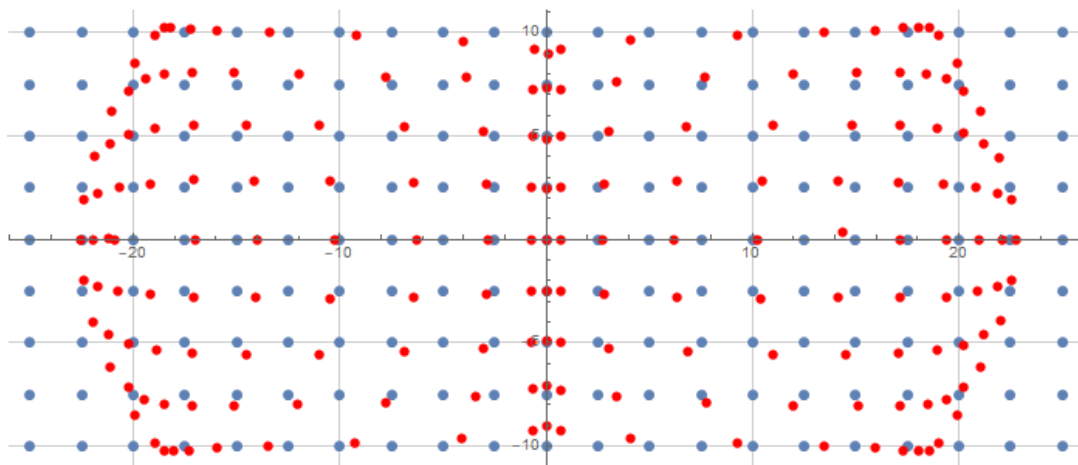


Рис. 11 Точки координатной сетки (синие) и точки, получившиеся после обратного преобразования (красные) при построении обратного преобразования по всем точкам.

Заметно, что искажения растут ближе к краям карты, где нелинейности не описываются полиномами третьей степени. Построим такое же преобразование, но после отбраковки сильно нелинейных участков, отбросив по шесть точек с каждого края (см. рис 12)

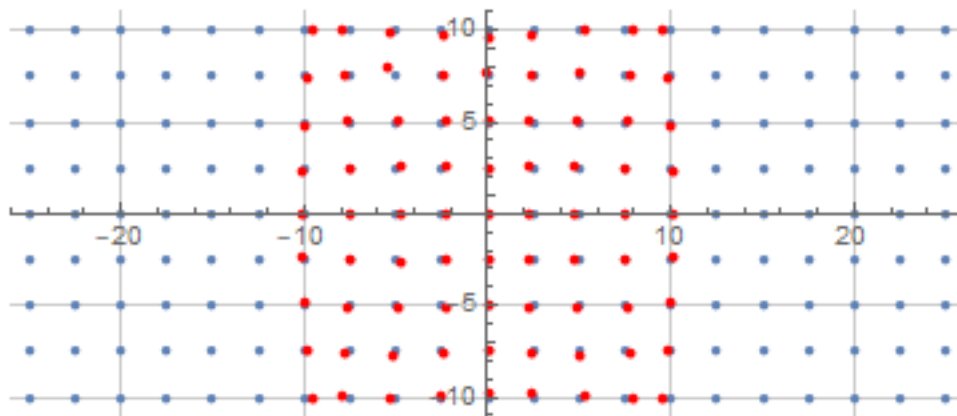


Рис. 12 Точки координатной сетки (синие) и точки, получившиеся после обратного преобразования (красные)

Формулы обратного преобразования используются для расчётов в автоматизированной системе измерения положения пучка.

Отклонение красных точек от синих в зависимости от расстояния до начала координат показано на рис. 13. На рис. 14 представлено то же самое отклонение, но отнесённое к расстоянию от данной точки до начала координат.

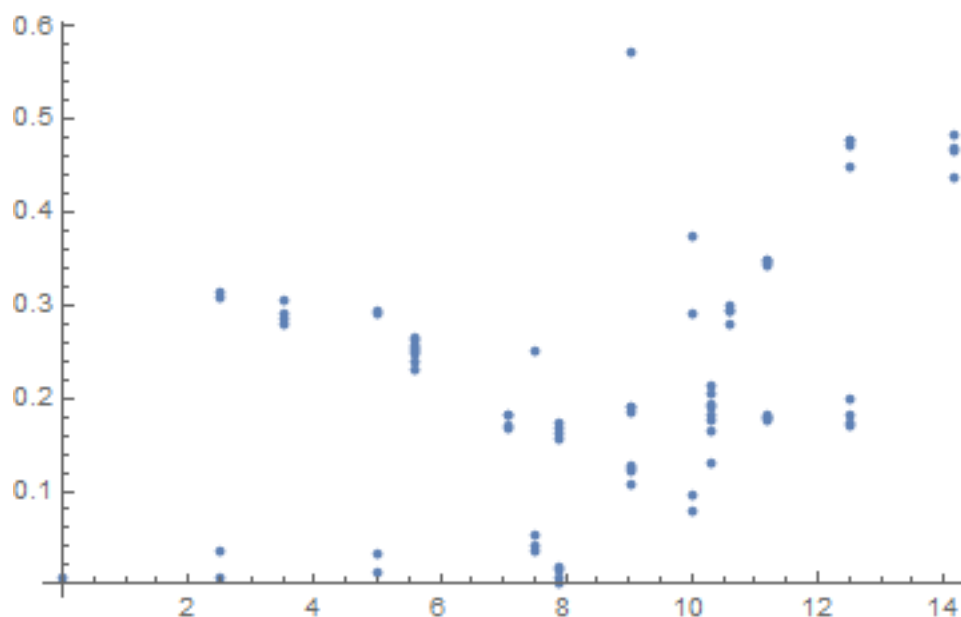


Рис. 13 Отклонение точек результата от точек сетки в зависимости от расстояния до начала координат. Средний квадрат отклонения составляет 0,25 мм

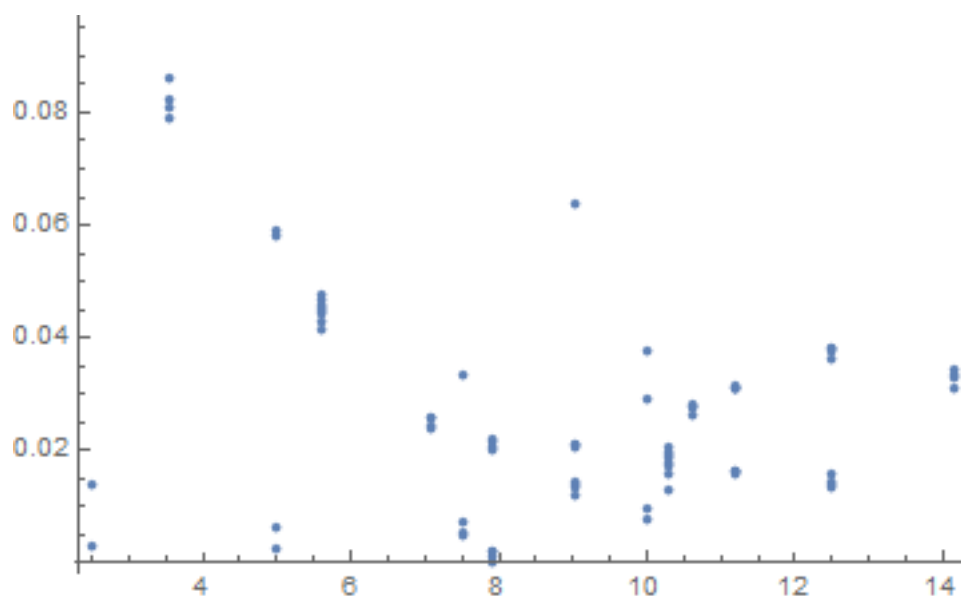


Рис.14 Относительное отклонение точек результата в зависимости от расстояния до начала координат

4 Заключение

Рассмотрены принципы работы электростатического датчика положения пучка в ускорителе. Показана возможность использования датчика с четырьмя электродами для измерения дипольного и с восемью для измерения квадрупольного моментов пучка.

Построена обратная функция для измерения координат пучка с использованием полиномов третьей степени. Данная функция позволяет определять ко-

ординаты по измеренным сигналам с электродов в случае не сильно больших отклонений.

5 Список литературы

1. Смалюк В. В. Диагностика пучков заряженных частиц в ускорителях. Изд-во Новосибирск: Параллель, 2009, 294с.

2. Minty M. G., Zimmerman F., Measurement and Control of Charged Particle Beams, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003