

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ».

Физический факультет

Кафедра общей физики

Садыков Артем Рустемович

КУРСОВАЯ РАБОТА

**Исследование зависимости синхротронной частоты от ускоряющего
напряжения**

Электромагнитный практикум, 2 курс, группа 18308

Научный руководитель:

д. ф.-м. н. О. И. Мешков

Оценка научного руководителя

«_____» _____ 2019 г.

Преподаватель практикума:

к. ф.-м. н. А. Г. Харламов

Оценка преподавателя практикума

«_____» _____ 2019 г.

Куратор практикума:

к. т. н. В. Т. Астрелин

Итоговая оценка

«_____» _____ 2019 г.

Новосибирск, 2019 г.

Аннотация

Целью работы являлась проверка зависимости частоты синхротронных колебаний пучка электронов от напряжения, подаваемого на ВЧ-резонаторы электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-4М. В экспериментах использовались электронно-оптический диссектор и генератор звуковых частот. По продольному профилю пучка, регистрируемому диссектором, определялась синхротронная частота. По результатам измерений были построены зависимости частоты от ускоряющего ВЧ-напряжения, проведена аппроксимация экспериментальных данных и оценена ее точность. Результаты хорошо согласуются с теоретическими расчетами.

Ключевые слова: синхротрон, ВЧ-резонаторы, синхротронные колебания, электронно-оптический диссектор.

Содержание

Аннотация	1
1 Введение	4
2 Теоретическая часть	5
2.1 Движение частиц в однородном магнитном поле	5
2.2 Синхротрон	7
2.3 Синхротронные колебания	8
3 Описание установки	14
3.1 Комплекс ВЭПП-4	14
3.2 Диссектор	15
4 Обработка экспериментальных данных	20
5 Заключение	22
Приложение	23
Литература	28

1 Введение

В настоящее время ускорители заряженных частиц используются для разных целей, одна из которых применение синхротронного излучения в медицине, в физике, для изучения химических и биологических соединений, для исследования микрообъектов и т.д. Синхротрон – тип ускорителей, в котором частицы ускоряются высокочастотным электрическим полем, а удерживаются на орбите магнитным полем. Параметры системы питания магнитов и ускорения обычно строго заданы и не могут быть легко изменены, вследствие большой мощности. Тем не менее, со временем параметры ускоряющей ВЧ-системы могут меняться под действием разнообразных факторов, и одним из способов их измерения является измерение частоты синхротронных колебаний. Целью работы была проверка теоретической зависимости синхротронных колебаний от ускоряющего ВЧ-напряжения U_{RF} . Этот параметр постоянно измеряется при работе коллайдера, и корректность этих измерений в широком динамическом диапазоне очень важна для настройки ускорителя. Для того, чтобы определить частоту синхротронных колебаний ν_s , мы модулировали частоту ускорения 181 МГц с помощью низкочастотного генератора на одном из ВЧ-резонаторов. С помощью электронно-оптического диссектора, наблюдая за картиной непрерывно измеряемого продольного профиля пучка, определялся момент возникновения синхротронных колебаний при совпадении частоты модуляции и ν_s . Таким образом снималась зависимость $\nu(U)$, а затем обрабатывалась с целью сравнения с теоретической зависимостью.

2 Теоретическая часть

В этом разделе мы рассмотрим движение частиц в синхротроне и найдем выражение для частоты синхротронных колебаний.

Перед тем как переходить к теоретическому описанию работы синхротрона, кратко изложим принцип действия установки и остановимся на базовых моментах теории движения частиц в электромагнитных полях.

2.1 Движение частиц в однородном магнитном поле

Для начала поставим перед собой задачу отыскать связь между частотой обращения частицы в однородном магнитном поле и его индукцией. Пусть поле B направлено по оси z . Сила Лоренца в таком случае принимает вид:

$$\mathbf{F} = \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{B}], \quad (1.1)$$

где e – заряд частицы, c – скорость света в вакууме, $\mathbf{v}$ – скорость частицы, $\mathbf{B}$ – магнитная индукция. Учитывая теперь следующие формулы для энергии $\mathcal{E}$ и импульса $\mathbf{p}$ частицы [1]

$$\mathcal{E} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1.2)$$

получаем выражение, связывающее энергию и импульс частиц

$$\mathbf{p} = \frac{\mathcal{E}\mathbf{v}}{c^2}. \quad (2)$$

Учитывая теперь, что $\mathbf{F} = \dot{\mathbf{p}}$ и подставляя (2) в (1.1) и учитывая, что энергия частицы не меняется, получаем уравнение движения в виде

$$\frac{\mathcal{E}}{c^2} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{B}], \quad (3)$$

или, в проекциях на координатные оси (φ – полярный угол, θ – азимутальный угол),

$$\dot{v}_x = \frac{ecB}{\mathcal{E}} v \sin(\theta) \sin(\varphi) = \omega v_y, \quad (4.1)$$

$$\dot{v}_y = -\frac{ecB}{\mathcal{E}} v \sin(\theta) \cos(\varphi) = -\omega v_x, \quad (4.2)$$

$$\dot{v}_z = 0, \quad (4.3)$$

где введено обозначение

$$\omega = \frac{ecB}{\mathcal{E}}. \quad (5)$$

Решим эту систему уравнений. Для этого умножим второе уравнение из системы (4) на i и сложим с первым из (4):

$$\frac{d}{dt}(v_x + iv_y) = \omega(v_y - iv_x) = -i\omega(v_x + iv_y),$$

или

$$d \ln(v_x + iv_y) = -i\omega dt, \quad (6)$$

где $\ln(z)$ – аналитическое продолжение вещественного логарифма на комплексную плоскость $\mathbb{C}$. Тогда, интегрируя (6), получим

$$v_x + iv_y = \zeta e^{-i\omega t},$$

где ζ – комплексная постоянная. Записавая ее в показательном виде $\zeta = v_{0xy} e^{-i\alpha}$, получаем

$$v_x + iv_y = v_{0xy} e^{-(\alpha + \omega t)}.$$

Разделяя мнимую и вещественную части, находим:

$$v_x = v_{0xy} \cos(\omega t + \alpha), \quad v_y = -v_{0xy} \sin(\omega t + \alpha). \quad (7)$$

Сразу становится ясен смысл постоянных: $v_{0xy} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ – скорость частицы в плоскости xy , которая остается постоянной, α – начальная фаза частицы, ω – круговая частота вращения вектора скорости.

Интегрируя (7) еще раз находим:

$$x = x_0 + r \sin(\omega t + \alpha), \quad y = y_0 + r \cos(\omega t + \alpha), \quad (8)$$

где

$$r = \frac{v_{0xy}}{\omega} = \frac{v_{0xy} \mathcal{E}}{ecB} = \frac{cp_{0xy}}{eB}. \quad (9)$$

p_{0xy} – проекция импульса на плоскость xy . Это есть радиус окружности, по которой движется частица в плоскости, перпендикулярной к магнитной индукции $\mathbf{B}$. Круговая частота движения такая же, как и для вектора скорости и равна ω .

Дважды проинтегрировав выражение (4.3) по времени, получим зависимость координаты z частицы от времени:

$$z = z_0 + v_{0z}t, \quad (10)$$

где v_{0z} – проекция скорости на ось z .

2.2 Синхротрон

Кратко опишем теперь принцип работы синхротрона. Синхротрон представляет собой резонансный ускоритель частиц. Само ускорение происходит на небольшом участке траектории с помощью переменного высокочастотного электрического поля, а на магнитное поле возлагается функция удержания частиц на орбите. Ускорение будет происходить, если один период T обращения частицы остается неизменно кратным целому числу периодов $T_{вч}$ высокочастотного поля, или

$$T = hT_{вч}, \quad h \in \mathbb{N}$$

Подставляя в это выражение период из выражения (5), получим

$$\mathcal{E} = \frac{ecB}{2\pi} hT_{вч}. \quad (11)$$

Предположим теперь, что про частица получает энергию $\Delta\mathcal{E}$ за один период обращения, при этом он остается постоянным. Тогда, согласно (11):

$$\Delta\mathcal{E} = hT_{вч} \frac{ec}{2\pi} \Delta B, \quad (12)$$

где ΔB – прирост индукции магнитного поля за один период вращения частицы по устойчивой орбите. С другой стороны прирост энергии можно записать как

$$\Delta\mathcal{E} = eV_0 \cos \varphi, \quad (13)$$

где V_0 – амплитуда ускоряющего напряжения, φ – фаза напряжения, при которой частица прошла ускоряющий промежуток. Можно считать, что во время движения частицы через элетрическое поле его фаза не меняется, так как длина ускоряющего промежутка мала по сравнению с длиной орбиты, соответственно изменением фазы на нем можно пренебречь. Далее φ будем называть

фазой частицы. Приравнивая (12) и (13), находим

$$\cos \varphi_s = \frac{cT_{\text{вч}}}{2\pi V_0} \Delta B. \quad (14)$$

Выражение (14) определяет собой фазу частиц, для которых возможно синхротронное ускорение. Заметим, что таких фазы две, они одинаковы по модулю, но одна из них положительна, а другая отрицательна. Ниже мы увидим, что интерес для нас представляет только положительная фаза.

Как видно из формулы (14), если индукция B растет со временем линейно, то фаза φ_s остается постоянной. Также, если частица ультрарелятивистская, ее скорость можно считать постоянной и равной c , тогда, из известной кинематической связи, находим

$$c = \omega r_s, \quad \text{или} \quad r_s = \frac{c}{\omega} = \frac{cT_{\text{вч}}}{2\pi}, \quad (15)$$

Т.е. радиус орбиты при этом тоже сохраняется. Получим так же выражение для радиуса в ультрарелятивистском случае через энергию частицы. Выражение (2) переходит в

$$\mathcal{E} = pc. \quad (16)$$

Подставляя (16) в (9) получим

$$r = \frac{\mathcal{E}}{eB}, \quad (17)$$

где r – радиус орбиты.

2.3 Синхротронные колебания

Приступим теперь к теоретическому описанию синхротронных колебаний. Глядя на выражение (14) можно подумать, что синхротрон не может работать, ведь фаза частицы не может в точности равняться φ_s . На практике нам не нужно точно удовлетворять условию синхронизации (14), так как малые отклонения от фазы φ_s не нарастают со временем, если она положительна. Значит существует фазовая устойчивость и фаза частиц φ совершает колебания около равновесной φ_s . Покажем это.

Пусть равновесная фаза φ_s положительна, а фаза частицы $\varphi_s + \Delta\varphi$, $\Delta\varphi$ – малое отклонение от равновесной фазы. Если $\Delta\varphi > 0$, то это означает,

что частица получит меньше энергии $\Delta\mathcal{E} = eV_0 \cos(\varphi_s + \Delta\varphi)$, чем частица в равновесной фазе $\Delta\mathcal{E} = eV_0 \cos \varphi_s$, значит оборот займет больше времени, чем если бы она получила энергию синхронной частицы. Тогда, когда несинхронная частица будет проходить через ускоряющее напряжение в следующий раз, ее фаза уменьшится (см рис.1). Если же $\Delta\varphi < 0$, то аналогичными рассуждениями приходим к выводу, что период обращения, соответственно и фаза, увеличатся. Таким образом, будут происходить колебания фазы φ частицы вблизи равновесной φ_s . Предположим теперь, что фаза φ_s отрицательна. Тогда, если $\Delta\varphi > 0$, то происходит частица набирает больше энергии $\Delta\mathcal{E} = eV_0 \cos(\varphi_s + \Delta\varphi)$, чем равновесная $\Delta\mathcal{E} = eV_0 \cos \varphi_s$, значит период обращения станет меньше, чем если бы она получила энергию синхронной частицы, т.е. в следующий раз частица пройдет ускоряющий промежуток с большей фазой, чем в предыдущий. Аналогичными рассуждениями получаем, что фаза изначально меньшая φ_s , станет еще меньше. Таким образом устойчивой является только положительная фаза φ_s .

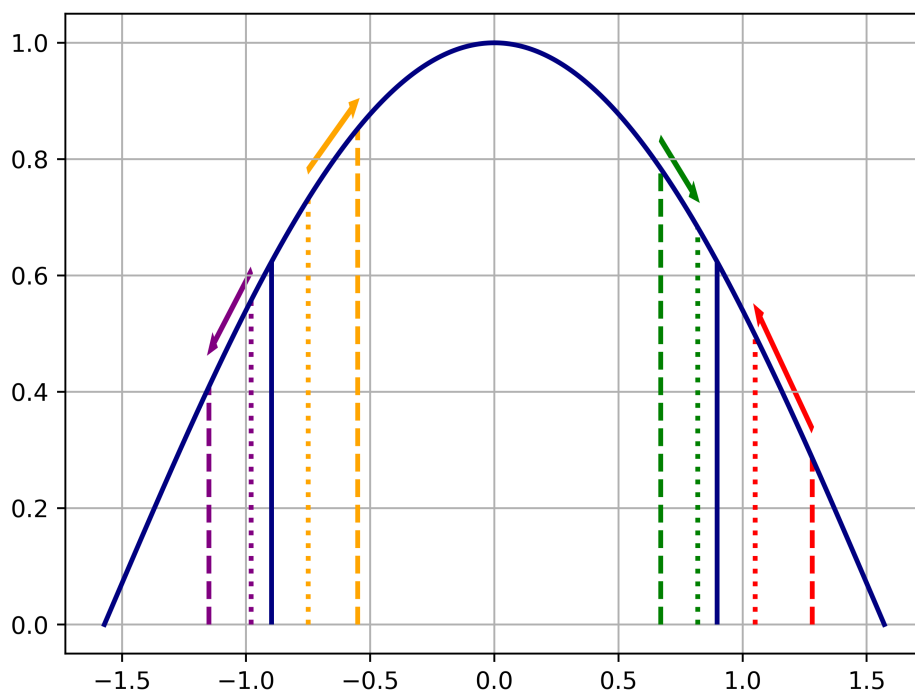


Рис. 1: Изменение фазы несинхронных частиц

Теперь перейдем непосредственно к количественному описанию синхротронных колебаний. Пусть частица движется в ускорителе и ее мгновенная фаза есть $\varphi(t)$, равновесная фаза есть φ_s . Во время движения меняется как импульс частицы, так и радиус ее вращения. Поэтому проще всего записать изменение момента импульса частицы:

$$\frac{d(pr)}{dt} = M_{\text{инд}} + M, \quad (18)$$

где $M_{\text{инд}}$ – момент сил, создаваемый индуцированным электрическим полем, которое создается переменным магнитным полем, а M – момент, создаваемый ускоряющим напряжением. Найдём эти моменты:

$$M = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} eEr d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{L}} eE dl = \frac{eV_0 \cos \varphi}{2\pi}, \quad (19)$$

$$M_{\text{инд}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} eE_{\text{инд}} r d\theta = \frac{eV}{2\pi} = \frac{e}{2\pi c} \frac{d\Phi}{dt}, \quad (20)$$

где r – текущий радиус орбиты, Φ – магнитный поток, пронизывающий орбиту. Выражения (19) и (20) представляют собой усреднение моментов по орбите мгновенного радиуса r , эту орбиту мы обозначили как контур $\mathbb{L}$. Раскладывая магнитный поток Φ в ряд по Δr до линейного члена и подставляя (19) и (20) в (18):

$$\frac{d(pr)}{dt} = \frac{e}{2\pi c} \left[\frac{d}{dt} \left(\Phi_s + \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Delta r \right) + cV_0 \cos \varphi \right], \quad (21)$$

где Φ_s – поток на равновесной орбите. Будем считать, что магнитное поле B одинаковым на орбитах, расположенных рядом с равновесной. По определению

$$\Phi = \iint_{\mathbb{S}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_0^x dx \int_0^{2\pi} B(x, t) x d\theta = 2\pi \int_0^r B(x, t) x dx, \quad (22)$$

где $\mathbb{S}$ – поверхность, натянутая на орбиту $\mathbb{L}$. Дифференцируя интеграл в (22) по параметру r , получаем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r}(r, t) = 2\pi \frac{\partial}{\partial r} \left(\int_0^r B(x, t) x dx \right) = 2\pi B(r, t) r, \quad (23)$$

Тогда, используя (23), а также, учитывая, что $p = p_s + \Delta p$ и $r = r_s + \Delta r$, преобразуем (21):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (p_s + \Delta p)(r_s + \Delta r) &= \frac{e}{2\pi c} \left[\frac{\partial \Phi_s}{\partial t} + 2\pi \frac{\partial}{\partial t} (B_s r \Delta r) + c V_0 \cos \varphi \right] \Rightarrow \\ \frac{d(p_s r_s)}{dt} + \frac{d(p_s \Delta r)}{dt} + \frac{d(r_s \Delta p)}{dt} &= \frac{e}{2\pi c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{e B_s r \Delta r}{c} \right) + \frac{e}{2\pi} V_0 \cos \varphi, \end{aligned} \quad (24)$$

где мы пренебрегли величиной $(\Delta p \Delta r)$. Заметим, что в силу (9)

$$p_s \Delta r = \frac{e r B_s}{c} \Delta r,$$

Если учесть, что $r_s = \text{const}$, то выражение (24) приходит к виду

$$\frac{d(p_s r_s)}{dt} + r_s \frac{d(\Delta p)}{dt} = \frac{e}{2\pi c} \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} + \frac{e}{2\pi} V_0 \cos \varphi, \quad (25)$$

а для синхронной частицы ($\Delta p = 0, \Delta r = 0$)

$$\frac{d(p_s r_s)}{dt} = \frac{e}{2\pi c} \frac{\partial \Phi_s}{\partial t} + \frac{e}{2\pi} V_0 \cos \varphi_s, \quad (26)$$

Вычитая из (25), (26) получаем:

$$\frac{d(\Delta p)}{dt} = \frac{e V_0}{2\pi r_s} (\cos \varphi - \cos \varphi_s). \quad (27)$$

В дополнение к этому уравнению найдем еще одно уравнение, связывающее изменение фазы с изменением импульса. Разложим в ряд угловую скорость частицы ω до линейных членов. Используя $\omega = v/r$, получаем:

$$\Delta \omega = \frac{\partial \omega}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial \omega}{\partial r} \Delta r = \frac{\Delta v}{r_s} - \frac{v \Delta r}{r_s^2} = \omega_s \left(\frac{\Delta v}{v_s} - \frac{\Delta r}{r_s} \right). \quad (28)$$

Так как частота электрического поля и частота синхронной частицы связаны соотношением $\hbar \omega_s = \omega_0$, то

$$\varphi = \omega_0(t + t_0) - \hbar \omega t = \omega_1 t_0 - \hbar(\Delta \omega)t. \quad (29)$$

Дифференцируя (29) по времени и подставляя (28), находим:

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\hbar \omega_s \left(\frac{\Delta v}{v_s} - \frac{\Delta r}{r_s} \right). \quad (30)$$

Получим связь между $\Delta v/v_s$ и $\Delta p/p_s$. Для этого разложим p с точностью до линейного члена и воспользуемся (1.2):

$$\Delta p = \frac{\partial p}{\partial v} \Delta v = \frac{d}{dv} \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta v = \gamma^3 m \Delta v = \gamma m v \cdot \gamma^2 \frac{\Delta v}{v} = p \gamma^2 \frac{\Delta v}{v} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\Delta p}{p}, \quad \text{где} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (31)$$

Аналогично найдем $\Delta r/r$, раскладывая в ряд выражение $p = reB/c$, полученное из (9) :

$$\Delta p = \frac{e}{c} \left(B_s + r_s \frac{\partial B}{\partial r} \right) \Delta r = \frac{p_s}{r_s} \Delta r + \frac{p_s}{B_s} \frac{\partial B}{\partial r} \Delta r \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta r}{r_s} = \alpha \frac{\Delta p}{p_s}, \quad \text{где} \quad \alpha = \frac{1}{\left(1 + \frac{r_s}{B_s} \frac{\partial B}{\partial r} \right)}. \quad (32)$$

Подставляя (31), (32) в выражение (30), находим:

$$\frac{d\varphi}{dt} = h\omega_s \eta \frac{\Delta p}{p_s}, \quad \text{где} \quad \eta = \alpha - \frac{1}{\gamma^2}. \quad (33)$$

Таким образом, уравнения (27) и (33) образуют систему:

$$\begin{cases} \frac{d(\Delta p)}{dt} = \frac{eV_0}{2\pi r_s} (\cos \varphi - \cos \varphi_s), \\ \frac{d\varphi}{dt} = h\omega_s \eta \frac{\Delta p}{p_s}. \end{cases} \quad (34)$$

Подставляя из второго уравнения выражение для Δp , получим уравнение

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{p_s}{h\eta\omega_s} \frac{d\varphi}{dt} \right) = \frac{eV_0}{2\pi r_s} (\cos \varphi - \cos \varphi_s). \quad (35)$$

Учитывая, что $h\omega_s = \omega_0$ — частота высокочастотного электрического поля, $\varphi = \varphi_s + \Delta\varphi$, и что величины η и p_s меняются достаточно медленно по сравнению с фазой, то выражение (35) принимает вид:

$$\frac{d^2 \Delta\varphi}{d^2 t} - \frac{\Omega^2}{\sin \varphi_s} [(\cos \varphi_s \cos(\Delta\varphi) - \sin \varphi_s \sin(\Delta\varphi) - \cos \varphi_s] = 0, \quad (36)$$

где введено обозначение:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\omega_0 \eta e V_0 \sin \varphi_s}{2\pi p_s r_s}}. \quad (37)$$

Если предположить, что $\Delta\varphi \ll 1$, тогда $\sin(\Delta\varphi) \approx \Delta\varphi$, $\cos(\Delta\varphi) \approx 1$. Учитывая также (16), (17), а также, что $\omega_0 = h\omega_s = hc/r_s$, то можем получить уравнение, описывающее гармонические колебания с частотой Ω :

$$(\ddot{\Delta\varphi}) + \Omega^2 \Delta\varphi = 0, \quad (38)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{\omega_0 \eta c e V_0 \sin \varphi_s}{2\pi r_s E_s}} = \frac{c}{r_s} \sqrt{\frac{h \eta e V_0 \sin \varphi_s}{2\pi E_s}}. \quad (39)$$

Выражение (39) и есть искомая частота колебаний.

3 Описание установки

Перейдем теперь непосредственно к описанию установки.

3.1 Комплекс ВЭПП-4

Схема комплекса ВЭПП-4 изображена на рис. 2.

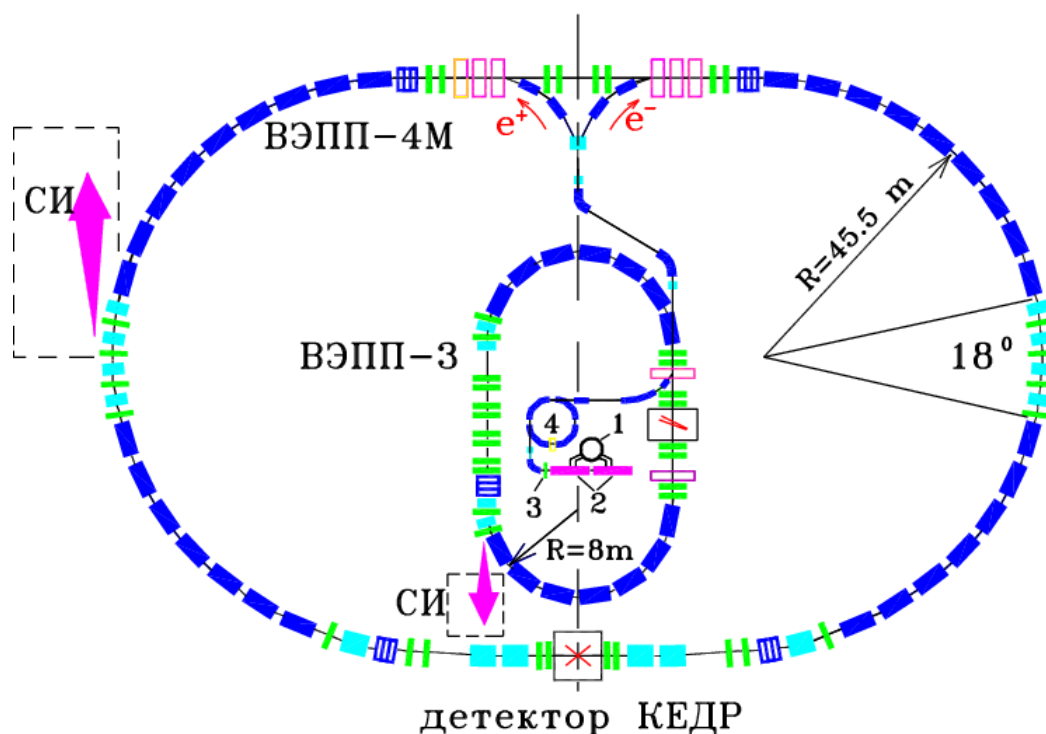


Рис. 2: 1 – гирокон, 2 – линейный ускоритель, 3 – электрон-позитронный конвертор, 4 – синхротрон Б-4

Электроны и позитроны инжектируются в накопитель ВЭПП-3 с периметром 74.4 метра из Инжекционного комплекса ИЯФ. Здесь они поочередно копятся и ускоряются для последующей инжекции в коллайдер ВЭПП-4М. Его периметр 366.1 метров. ВЭПП-4М – ускоритель частиц на встречных пучках. Пучки сталкиваются в месте установки детектора КЕДР. Предельная энергия частиц в пучках – 6 ГэВ. В данной работе нас не интересуют столкновения частиц, но интересует поведение пучка в ускорителе.

Ускоритель часто используют в качестве источника синхротронного излучения. На рисунке розовые стрелки с надписями "СИ" показывают места, где синхротронное излучение поступает из вакуумной камеры ускорителя к

потребителям.

Электрон-позитронный коллайдер ВЭПП-4М имеет 5 высокочастотных резонаторов. Частота работы резонаторов – $\nu_s = 181.1$ МГц, максимальная амплитуда напряжения на резонаторе – 1000 кВ. На рисунке резонаторы обозначены пятью фиолетовыми прямоугольниками и одним оранжевым – это неустановленный 6-й резонатор. Частота обращения частиц в ускорителе – $\nu_{RF} = 818.9$ КГц. Таким образом $\nu_{RF} = 222 \cdot \nu_s$.

3.2 Диссектор

Ознакомимся с прибором, с помощью которого осуществляется оптическая диагностика пучка – диссектором. Его упрощенная схема приведена на рис. 3. На фотокатод диссектора попадает оптическая часть спектра синхро-

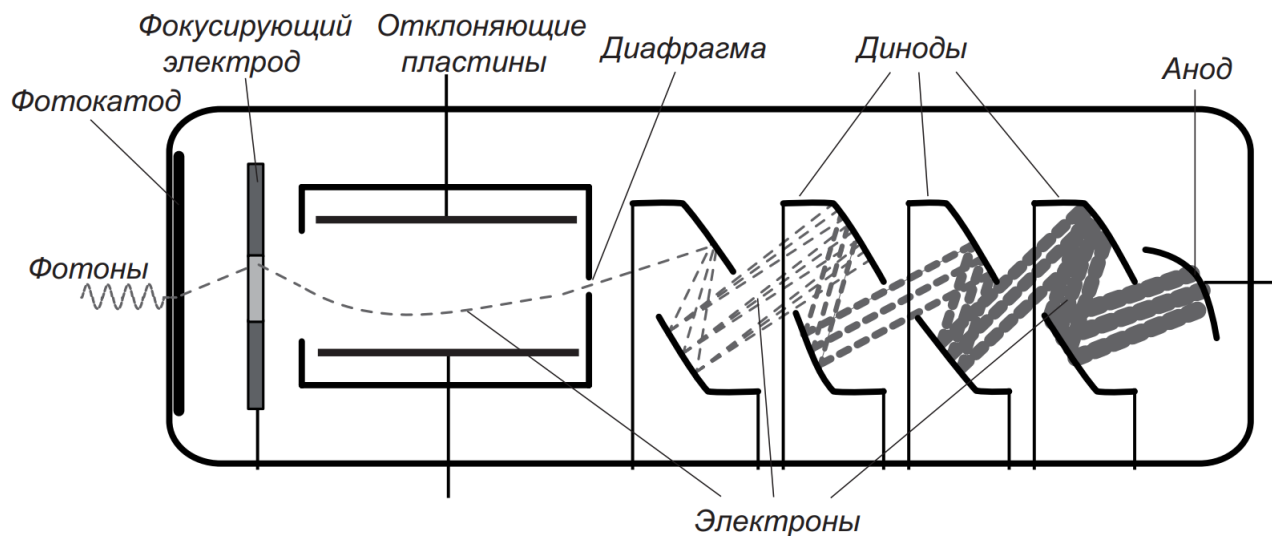


Рис. 3: Устройство диссектора

тронного излучения, выбивающего фотоэлектроны. Они фокусируются специальным электродом и ускоряются до 12 кэВ, а затем, проходя через отклоняющие пластины, попадают на диафрагму или щель. Перед попаданием во вторичный фотоэлектронный умножитель, энергия фотоэлектронов понижается до нескольких сотен электрон вольт с помощью тонкой алюминиевой пленки. Вторичный электронный умножитель является системой последовательных динодов. После попадания на пластину динода количество электро-

нов увеличивается, причем конечное количество пропорционально начальному. Таким образом, мы получаем что количество электронов, попавших на анод, пропорционально количеству начальному количеству фотоэлектронов, которое, в свою очередь, пропорционально интенсивности изучения источника.

Рассмотрим теперь получаемое изображение с помощью диссектора при прохождении через датчик сгустка электронов. Для получения изображения на отклоняющие пластины подается напряжение $U = U_{ВЧ} + U_{СР}$, где $U_{ВЧ}$ – высокочастотное напряжение развертки, $U_{СР}$ – напряжение медленно-меняющейся сканирующей развертки (порядка 50 Гц). Частота развертки $\nu_{ВЧ}$ обычно является высокой гармоникой частоты обращения, порядка 4 – 100 МГц. Высоко частотное напряжение нужно для развертки изображения в плоскости щели, низкочастотное сканирующее напряжение меняет фазу высокочастотного, чтобы получить временное распределение в анализируемом световом импульсе. Количество электронов в пучке обычно велико, порядка 10^{10} , поэтому можно считать пучок непрерывным распределением заряда в пространстве, причем форма распределения по всем трем координатам представляет собой Гауссово-распределение. Длина пучка есть самое широкое гауссово распределение, т.е. наибольшее значение σ_z . Для ВЭПП-4М характерно значение $\sigma_z \approx 30 - 50$ мм. Принцип работы низкочастотного сканирующего напряжения и форма выходного сигнала с диссектора показаны на рис 4.

Картина на рис. 4 будет наблюдаться, если период обращения пучка и ВЧ напряжение развертки синхронизованы. Если же происходят фазовые колебания, то меняется период обращения пучка, соответственно даже не меняя фазы высокочастотной развертки, пучок будет перемещаться по временной шкале. Найдем форму профиля пучка при синхротронных колебаниях.

В отсутствии колебаний профиль выглядит имеет форму как на рис.4 и описывается уравнением

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (40)$$

где μ – координата центра распределения пучка на временной шкале, σ – дисперсия пучка по временной шкале, о которой говорилось выше. При син-

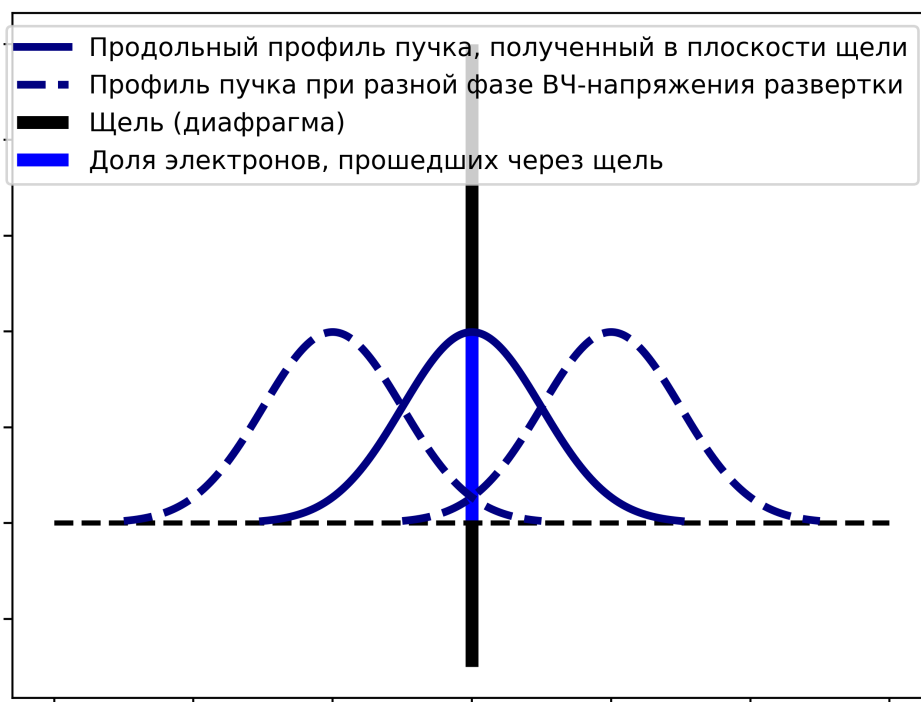


Рис. 4: Выходной сигнал диссектора

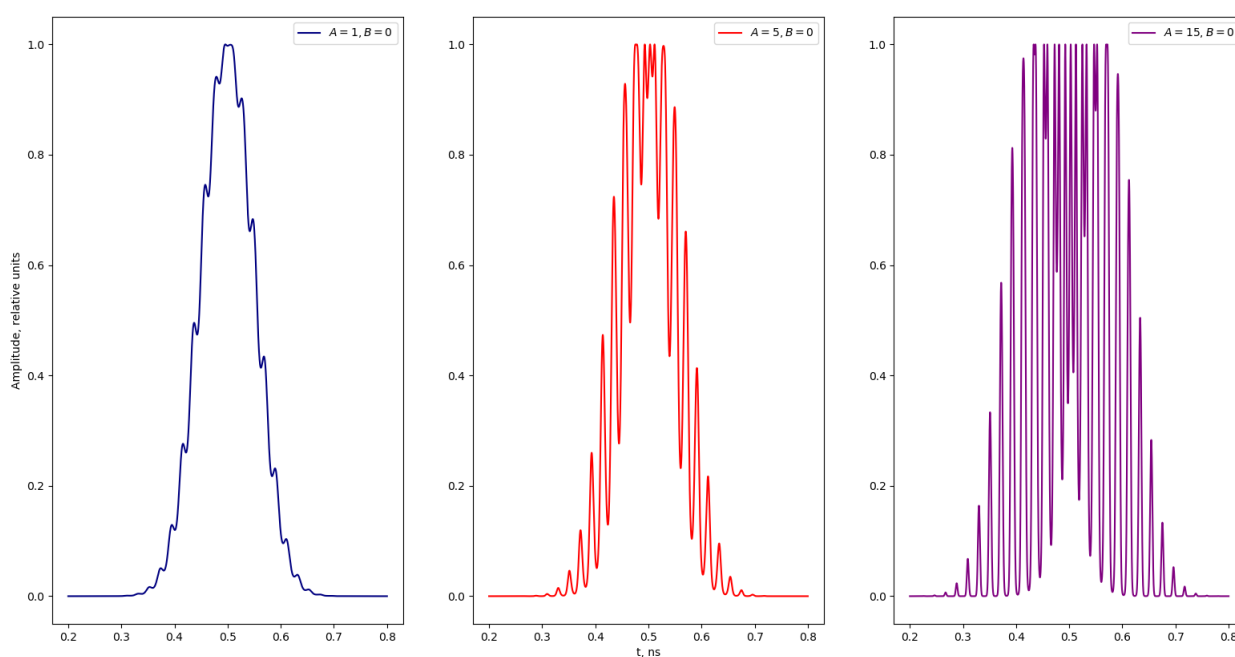


Рис. 5: Выходной сигнал диссектора при отсутствии колебаний ширины пучка.

хротронных колебаниях меняются как ширина пучка, так и координата центра пучка. Тогда математическое ожидание μ и дисперсия σ сами становятся функциями от времени $\mu = \mu(t)$, $\sigma = \sigma(t)$. Пусть они отклоняются от равновесного положения по синусоидальному закону:

$$\mu(t) = \mu_0 \left[1 + \frac{A}{100} \sin(2\pi\nu t) \right], \quad (41)$$

$$\sigma(t) = \sigma_0 \left[1 + \frac{B}{100} \sin(2\pi\nu t) \right], \quad (42)$$

где ν – частота колебаний эти величин. Тогда, подставляя (41) и (42) в (40), получаем:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_0 \left[1 + \frac{B}{100} \sin(2\pi\nu t) \right] \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(t - \mu_0 \left[1 + \frac{A}{100} \sin(2\pi\nu t) \right])^2}{2\sigma_0^2 \left[1 + \frac{B}{100} \sin(2\pi\nu t) \right]^2} \right\}. \quad (43)$$

На рис. 5-7 показана зависимость (43) при разных A и B . На шкале y отложены относительные единицы амплитуды сигнала, причем $y = 1$, если $t = \mu_0$ и $f(t)$ совпадает с (40). Заметим, что амплитуда шума в большей степени зависит от колебаний центра пучка, и в меньшей от колебаний ширины. Так, из сравнения рис.5 и рис.6 видно, амплитуда появившегося шума почти одинакова при $A = 5$ и $B = 20$.

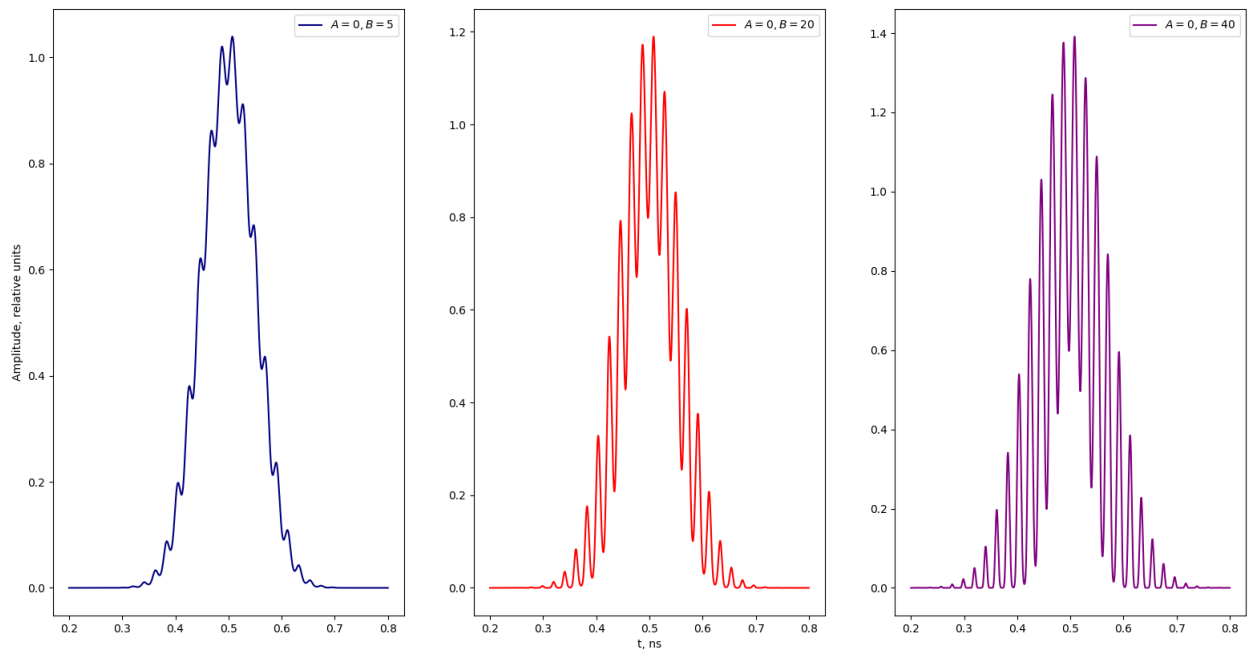


Рис. 6: Выходной сигнал диссектора при отсутствии колебаний координаты центра пучка.

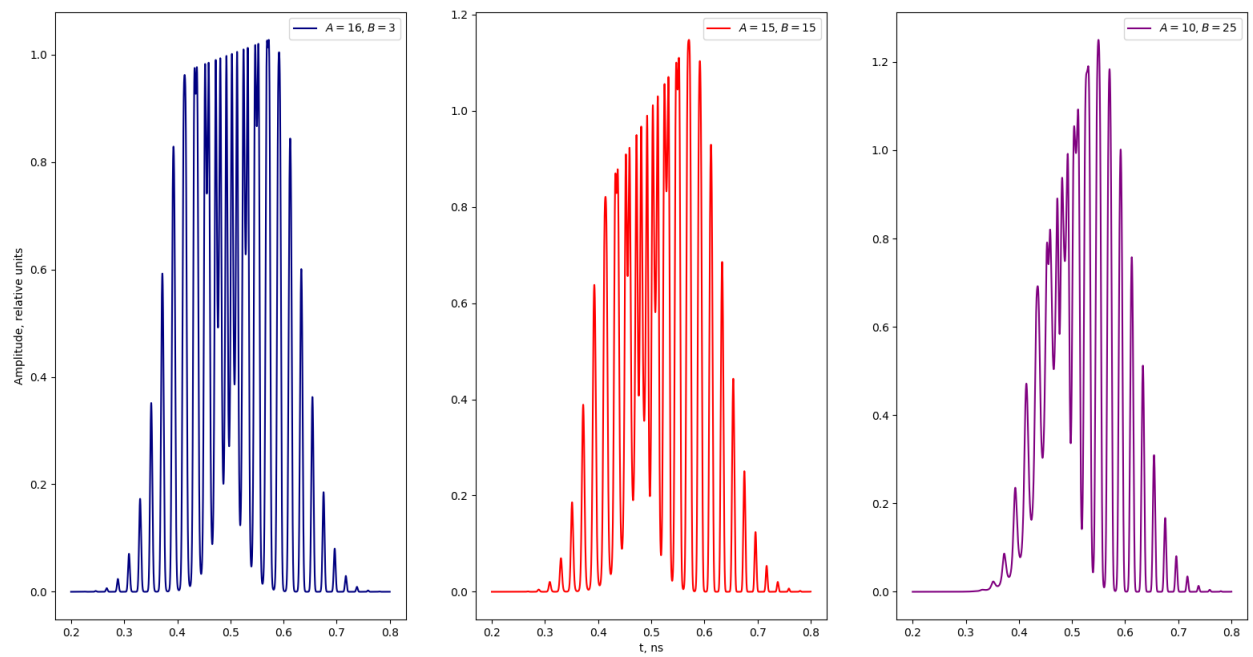


Рис. 7: Выходной сигнал диссектора при колебаниях координаты центра и ширины пучка.

4 Обработка экспериментальных данных

Для начала опишем метод определения частоты фазовых колебаний. Будем подавать на один из ВЧ-резонаторов напряжение заданной частоты, которую будем менять. Если мы наблюдаем картину, как на рис. 5, то это означает, что амплитуда фазовых колебаний увеличилась, что происходит при совпадении частоты раскачки с частотой синхротронных колебаний. При этом зависимость амплитуды колебаний пучка от разности частот имеет резонансный характер. Отсюда, зная частоту подаваемую на резонатор, мы сможем определить частоту собственных фазовых или синхротронных колебаний пучка.

Мы провели две серии экспериментов, в одной мы увеличивали напряжение ВЧ-резонаторов, в другой уменьшали. Данные экспериментов записаны в таблицах 1 и 2.

Для выявления зависимости (39), аппроксимируем данные методом наименьших квадратов зависимостью вида $\nu(U) = \alpha\sqrt{U}$, $\nu(U) = \alpha U^\gamma$, а затем посчитаем среднюю ошибку аппроксимаций

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_0^n \left| \frac{y_i - \tilde{y}}{y_i} \right| \cdot 100\%,$$

где n – число измерений, y_i – величина i -го измерения, $\tilde{y}$ – значение аппроксимирующей функции в той же точке. Сделаем это для каждой кривой отдельно, и для обоих вместе.

Также оценим статистическую ошибку величины γ . Для этого построим зависимость $\ln(\nu/\nu_0)$ от $\ln(U/U_0)$, где ν_0, U_0 – измерения в какой-то фиксированной точке. Затем найдем отношение $\gamma = \ln(\nu/\nu_0)/\ln(U/U_0)$ в каждой точке и по полученным данным оценим ошибку γ . В итоге получим $\sigma_\gamma = 0.029$, $\mu_\gamma = 0.441$. Запишем тогда ответ в виде

$$\gamma = \mu_\gamma \pm \sigma_\gamma = 0.441 \pm 0.029, \quad (44)$$

Результат несколько расходится с теоретическим значением $\gamma = 1/2$, ниже будут рассмотрены возможные причины расхождения. График в логарифмическом масштабе изображен на рис.14.

Полученные результаты обработки изображены на рис. 8 — 14 (см. приложение), ε — средняя ошибка аппроксимации. Как видно из графиков на рис. 8, рис. 9 и рис. 13, имеем зависимость, близкую к $\nu \sim U^{0.42}$, а из (44) $\gamma \sim U^{0.44}$. В формуле (39) зависимость $\nu \sim \sqrt{U}$. Расхождение связано с тем, что на практике сложно точно определить частоту резонанса, т.к. картина, изображенная на рис. 5, наблюдается в достаточно широком диапазоне частот, а амплитуда возникающих колебаний определяется качественно. Из-за этого присутствует систематическая ошибка измерения. Несмотря на это, аппроксимация $\nu = \alpha\sqrt{U}$ имеет ошибку, не превышающую и двух процентов. Таким образом, получаем согласие теории с экспериментальными данными.

5 Заключение

В ходе работы было проведено исследование зависимости частоты синхротронных колебаний пучка в коллайдере ВЭПП-4М от величины ускоряющего напряжения и произведено сравнение с теоретической зависимостью. Получено хорошее согласие, позволяющее использовать напряжения, измеряемые на ускоряющих резонаторах ВЭПП-4М, для настройки режимов ускорения.

Приложение

U , кВ	ν , Гц	$\ln(\nu/\nu_0)$	$\ln(U/U_0)$	$\gamma = \frac{\ln(\nu/\nu_0)}{\ln(U/U_0)}$
432	8150	0.074	0.134	0.555
472	8487	0.115	0.222	0.516
532	8812	0.152	0.342	0.445
572	9154	0.190	0.414	0.459
612	9391	0.216	0.482	0.448
652	9624	0.240	0.545	0.441
792	9828	0.261	0.605	0.432
732	9984	0.277	0.661	0.419
772	10299	0.308	0.714	0.431
812	10550	0.332	0.765	0.434
852	10997	0.374	0.813	0.460
892	11010	0.375	0.902	0.437
932	11200	0.434	0.769	0.413

Таблица 1: Повышение напряжения

U , кВ	ν , Гц	$\ln(\nu/\nu_0)$	$\ln(U/U_0)$	$\gamma = \frac{\ln(\nu/\nu_0)}{\ln(U/U_0)}$
378	7568	—	—	—
418	7898	0.043	0.101	0.424
460	8262	0.088	0.196	0.447
501	8502	0.116	0.282	0.413
543	8873	0.159	0.362	0.439
582	9021	0.176	0.432	0.407
623	9397	0.216	0.500	0.433
661	9562	0.234	0.559	0.418
702	10024	0.281	0.619	0.454
743	10089	0.288	0.676	0.425
784	10339	0.312	0.730	0.428
825	10569	0.334	0.780	0.428
866	10715	0.348	0.829	0.419
907	11080	0.381	0.875	0.436
932	11200	0.392	0.902	0.434

Таблица 2: Понижение напряжения

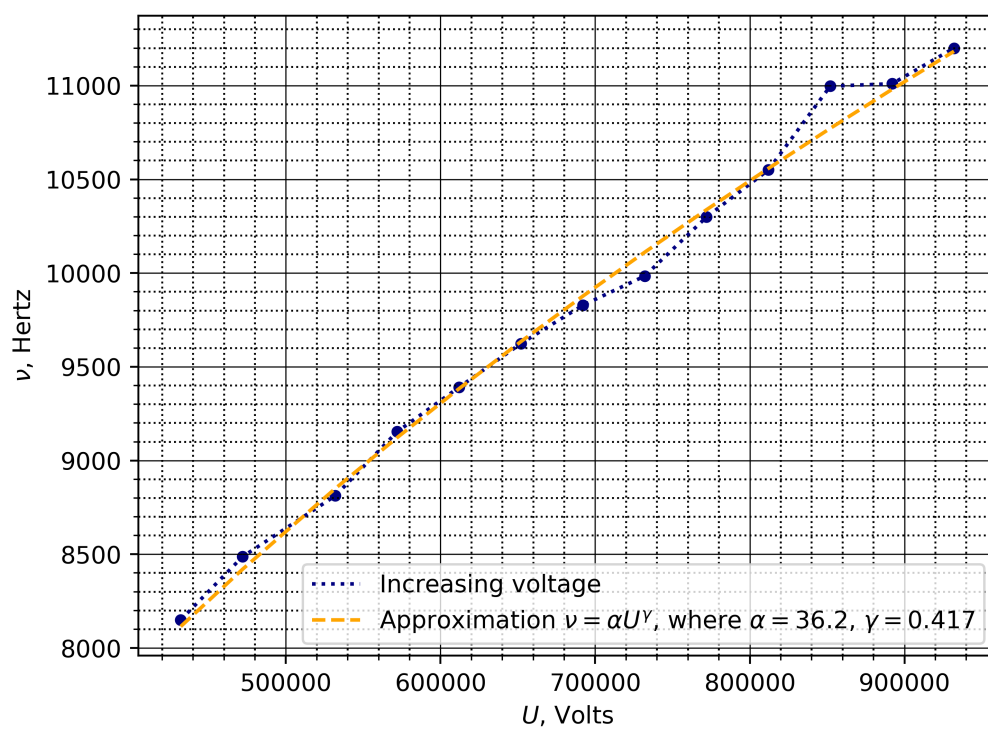


Рис. 8: Первая серия, $\varepsilon = 0.52\%$

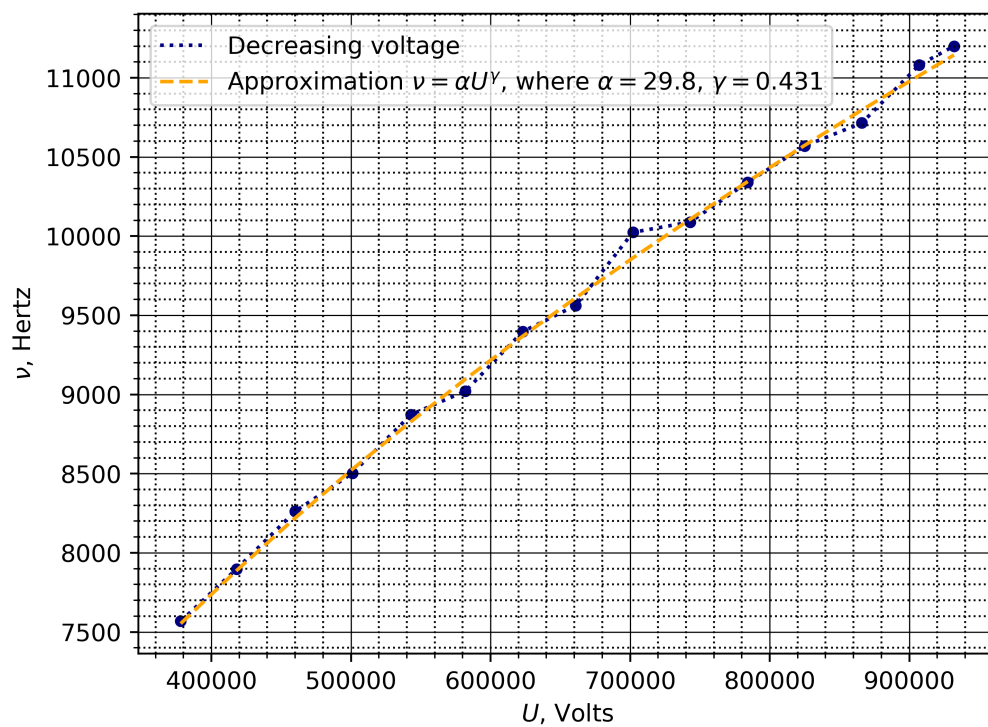


Рис. 9: Вторая серия, $\varepsilon = 0.46\%$

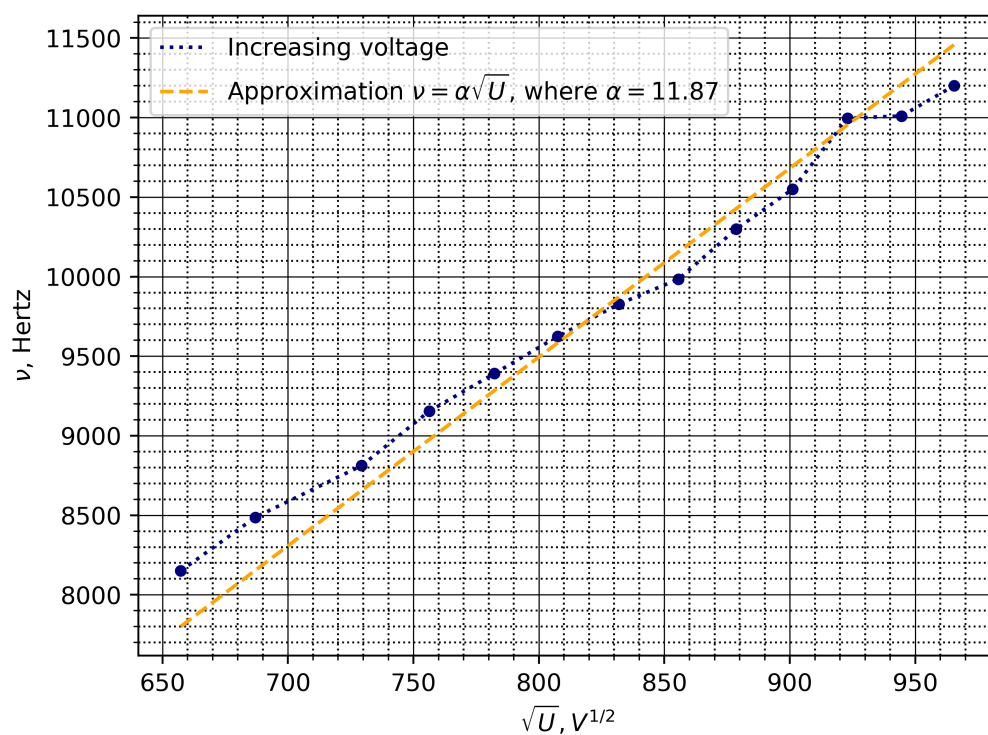


Рис. 10: Первая серия, зависимость $\nu(\sqrt{U})$, $\varepsilon = 1.75\%$

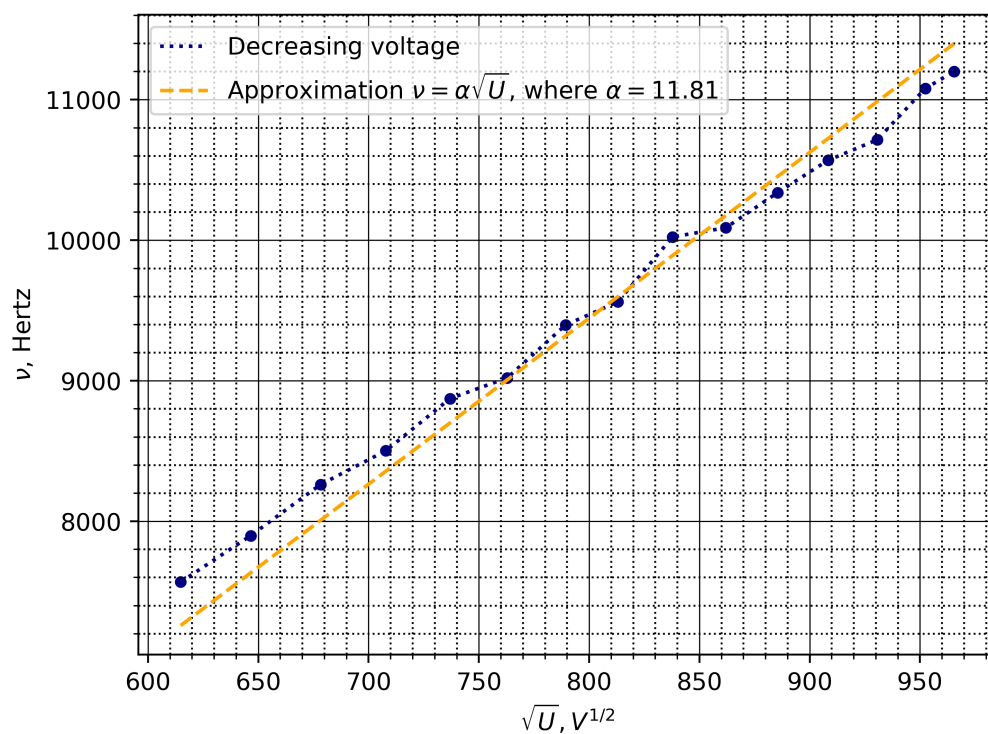


Рис. 11: Вторая серия, зависимость $\nu(\sqrt{U})$, $\varepsilon = 1.74\%$

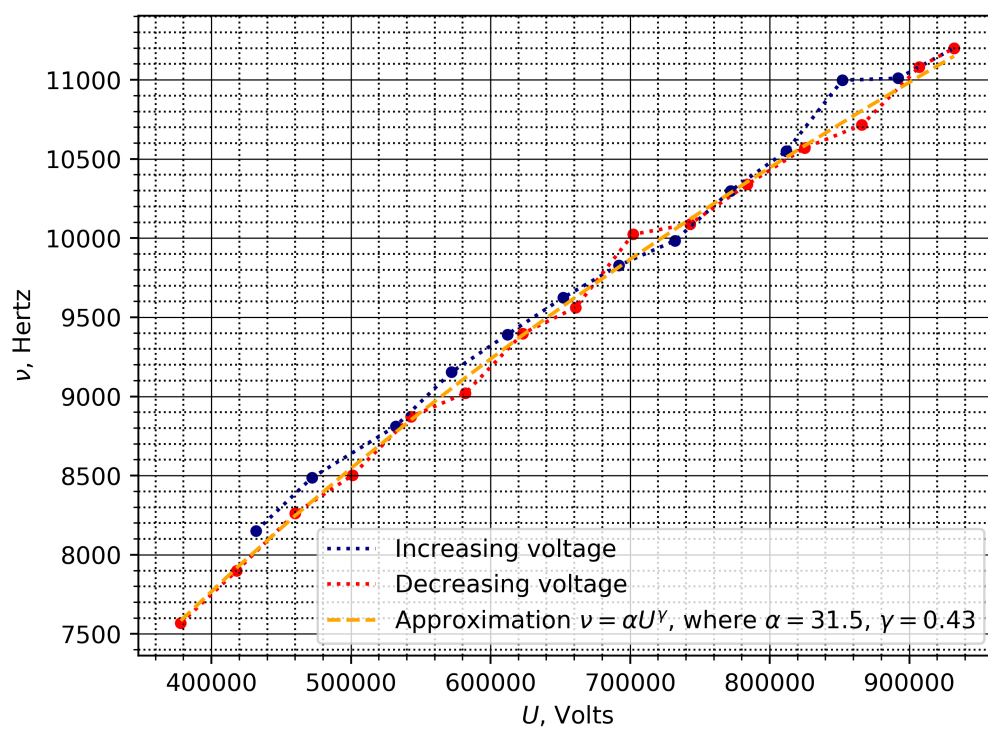


Рис. 12: Обе серии, $\varepsilon = 0.62\%$

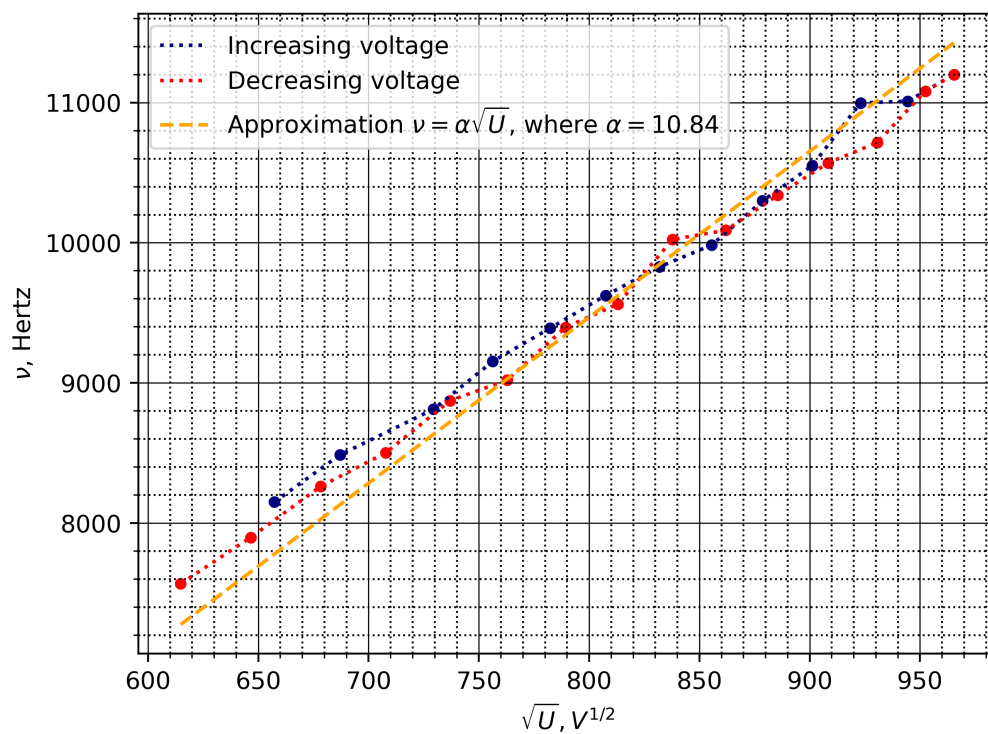


Рис. 13: Обе серии, зависимость $\nu(\sqrt{U})$, $\varepsilon = 1.62\%$

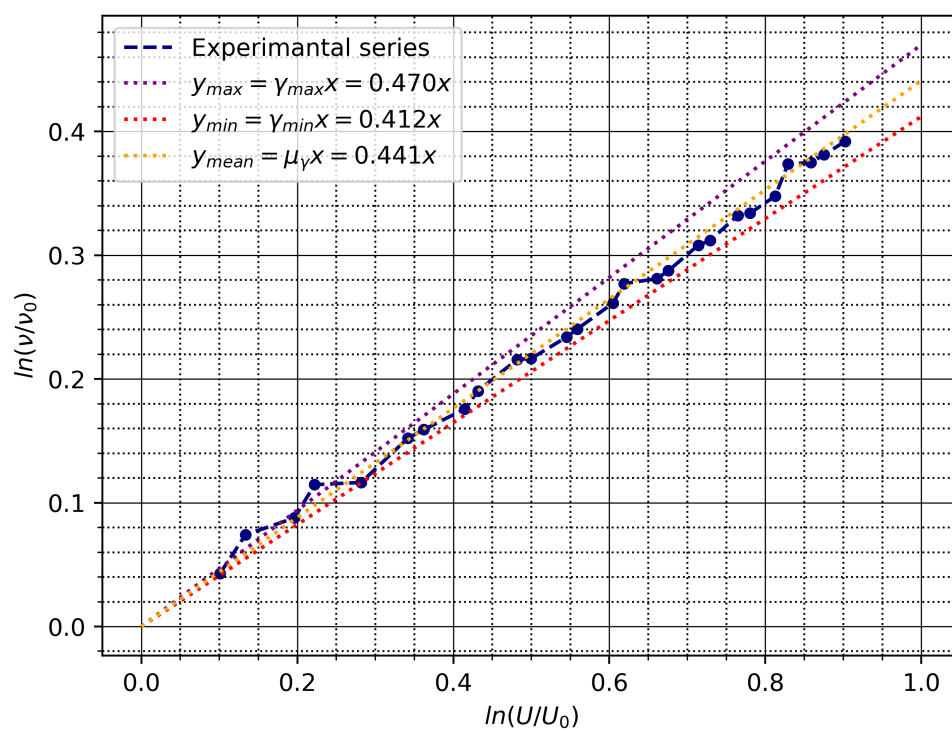


Рис. 14: Логарифмический масштаб

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. **Теоретическая физика: Учеб. пособие.: Для вузов. В 10 т. Т.П. Теория поля** / Под ред. Л.П. Питаевского. – 9-е изд., стереотип. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. – 508 с.
- [2] Арцимович Л.А., Лукьянов С.Ю. **Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях.** – М.:«Наука», 1978. – 224 с.
- [3] Лихтенберг А. **Динамика частиц в фазовом пространстве.** – Перевод с английского. – М.: АТОМИЗДАТ, 1972. – 303 с.
- [4] Смалюк В.В. **Диагностика пучков заряженных частиц в ускорителях.** / Под ред. чл.-корр. РАН Н.С. Диканского. – Новосибирск: Параллель, 2009. – 294 с.
- [5] Анчугов О.В., Дорохов В.Л., Куркин Г.Я., Зинин Э.И., Молявин П.А., Мешков О.И., Шведов Д.В., Петрожицкий А.В., Горностаев П.Б., Заровский А. И., Шашков Е.В., Смирнов А.В., Щелев М.Я. **Калибровка пикосекундного электронно-оптического диссектора.** // Автометрия. – Новосибирск: Издательство Сибирского отделения РАН. – Т.52. – №3. – 2016. – 124 с.